Übungsaufgaben:

1. Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle zu der aussagelogischen Formel

   (A und B) => C.

   Leiten Sie aus der Wahrheitstabelle die disjunktive Normalform ab.

   Wahrheitstabelle:

A	B	A und B	C	(A und B) => C
W	W	W	W	W
W	W	W	F	F
W	F	F	W	W
W	F	F	F	W
F	W	F	W	W
F	W	F	F	W
F	F	F	W	W
F	F	F	F	W

Disjunktive Normalform:

(A und B und C) oder (A und nicht B und C) oder (A und nicht B und nicht C) ...

2. Welche Sprache wird durch die folgende BNF beschrieben:

   <Zahl> ::= <Ziffer> [<Zahl>]

   <Ziffer> ::= 0| 1

   Binärzahlen mit führenden Nullen

3. Die Menge der ganzen Zahlen wird in die der geraden und die der ungeraden ganzen Zahlen zerlegt. Welche Äquivalenzrelation dient zur Konstruktion dieser Zerlegung?

   X ⇔ Y : = X-Y ist gerade

4. Beweisen Sie durch vollständige Induktion: Die Summe der ersten n Quadratzahlen ist n*(n+1)*(2n+1)/6.

   Induktionsschritt:

   Summe bis n = n*(n+1)*(2n+1)/6 =>
   Summe bis n+1 = n*(n+1)*(2n+1)/6 + (n+1)^2 = (Ausklammern n+1)
   (n+1) * (1/6*(2n^2+n) + n+1) = (Nenner 6)
   (n+1) *1/6 * (2n^2+n+6n+6) =
   (n+1) *1/6 * (2n^2+7n+6) =
   (n+1) *1/6 * (n+2)*(2n+3) =
   (n+1) * (n+2) * (2(n+1)+1) / 6

5. Zeigen Sie , daß der Algorithmus von Floyd korrekt ist:

Für alle Knotenpaare i,j in einem gerichteten Graphen ergibt sich der kürzeste Weg von i nach j wie folgt:

Initialisiere den kürzesten Weg d(i,j) mit der Entfernung von i nach j, falls j von i aus erreichbar ist, ansonsten mit “Unendlich”. Halte i als den Vorgänger von j auf dem Weg von i nach j fest: v(i,j):=i (falls j von i aus erreichbar ist). Führe anschließend den folgenden Algorithmus aus.

Für alle Zwischenknoten k führe die folgenden Schritte aus:

Für alle Startknoten i führe die folgenden Schritte aus:

Für alle Zielknoten j führe die folgenden Schritte aus:

Falls d(i,k) + d(k,j) < d(i,j), setze d(i,j):= d(i,k)+d(k,j).

Halte k als Vorgänger von j auf dem Weg von i nach j fest.

Zu Beginn ist d(i,j) der kürzeste direkte Weg von i nach j.
Nach dem ersten Schritt ist d(i,j), der kürzeste Weg von i nach j, der (nur) Zwischenknoten 1 berücksichtigt.
Nach dem zweiten Schritt ist d(i,j), der kürzeste Weg von i nach j, der (nur) die Zwischenknoten 1 und 2 berücksichtigt.
...
Nach dem n-ten Schritt ist d(i,j), der kürzeste Weg von i nach j, der die Zwischenknoten 1 bis n berücksichtigt, also der kürzeste mögliche Weg.

6. Wann sollte Rekursion (in der Implementierung) vermieden werden?

Wenn Rekursion zu wiederholten identischen Funktionsaufrufen führt.
Wenn die Umformung in eine Iteration trivial ist.

7. Ein Programm linearer Zeitkomplexität benötigt zur Verarbeitung von 1 Mio Daten 1 Minute. Geben Sie eine Abschätzung, wie lange das Programm für 10 Mio Daten laufen wird. Wie stellt sich die Situation dar für ein Programm quadratischer, kubischer Zeitkomplexität.

Komplexität	Laufzeit
Linear	10 Minuten
Quadratisch	100 Minuten = 1:40 Stunden
Kubisch	1000 Minuten = 16:40 Stunden