

### Übung 1: Messen, Vektoren

- Wir kennen zwei Masseneinheiten:
  - 1 kg: Das Ur-Kilogramm besteht aus Platin und Iridium und wird im Buro International des Poids et Mesures in Sèvres bei Paris aufbewahrt.
  - 1 u = eine atomare Masseneinheit. 1 u ist die Masse von 1/12 des  $^{12}\text{C}$ -Atoms. Warum ist es nützlich, zwei Masseneinheiten zu haben?
- Bis 1960 bildete das Ur-Meter aus Platin und Iridium die Definition des Meters. Seine Genauigkeit beträgt  $10^{-7}$  m. Heute lautet die Definition:  $1\text{ m} = \frac{1}{2,99792458 \cdot 10^8}$  te Teil des Weges, den Licht in 1 s in Vakuum zurücklegt. Dabei ist 1 s das 9192631770-fache der Periode der  $^{133}\text{Cs}$ -Strahlung, die bei einem definierten atomaren Übergang ausgesendet wird. Maschinenbauingenieure in USA benutzen gerne Eich-Maße mit einer Genauigkeit von  $10^{-7}$  inch (1 inch = 1 Zoll = 2,54 cm). Zeigen Sie, dass das Urmeter diese Anforderung nicht erfüllt, die auf Wellenlängen basierende Definition des Meters aber sehr wohl.
- Meinen Sie, dass die Definition einer physikalischen Größe, die man nicht messen kann, eine Bedeutung haben kann?
- Angenommen, die Dauer eines Tages verlängert sich kontinuierlich während eines Jahrhunderts um 0,001 s. (Beobachtungen lassen darauf schließen!) Wieviel macht das in 20 Jahrhunderten aus?
- Eine „Astronomische Einheit“ (1 AU) ist der mittlere Abstand zwischen Erde und Sonne und beträgt ungefähr 149000000 km. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt etwa  $3 \cdot 10^8$  m/s. Drücken Sie die Lichtgeschwindigkeit aus in AU pro Minute!

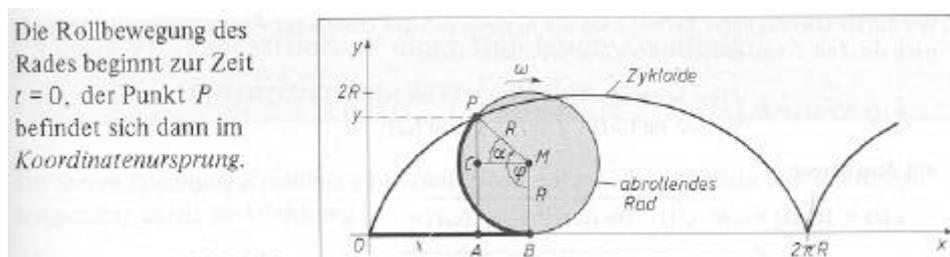
6. Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

Berechnen Sie die angegebenen Vektoren und ihre Beträge:

- $\vec{d} = -2(\vec{b} + 5\vec{c}) + 5(\vec{a} - 3\vec{b})$ ,
- $\vec{e} = 4(\vec{a} - 2\vec{b}) + 10\vec{c}$ .

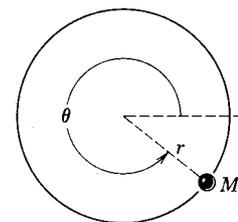
## Übung 2: Kinematik

1. Ein Körper hat die Anfangsgeschwindigkeit  $20 \text{ m/s}$  und wird mit  $5 \text{ m/s}^2$  bis zum Stillstand verzögert. Berechnen Sie Bremsweg und Bremszeit!
2. Ein Körper wird mit der Geschwindigkeit  $18 \text{ m/s}$  senkrecht nach oben geworfen. Sehen Sie vom Luftwiderstand ab!
  1. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für  $y(t)$  und  $\mathbf{u}(t)$  auf!
  2. Berechnen Sie die Wurfhöhe und die Zeitdauer bis zum Erreichen des höchsten Punktes.
3. Ein Geschoss verlässt ein Gewehr mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{u}_0 = 780 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Sehen Sie vom Luftwiderstand ab. Welche Höhe und Weite erreicht das Geschoss, wenn es unter  $45^\circ$  zur Waagerechten abgeschossen wird?
4. Wie sehen für den waagerechten Wurf das  $t-x$ -Diagramm und das  $t-y$ -Diagramm aus?
5. Ein Stein fällt aus der Höhe  $h = 40 \text{ m}$  senkrecht zur Erde. Gleichzeitig wird von unten ein zweiter Stein senkrecht hochgeworfen. Welche Anfangsgeschwindigkeit muss der zweite Stein haben, wenn beide zu gleicher Zeit auf dem Boden auftreffen sollen?
6. Ein Rad vom Radius  $R$  rollt auf einer Geraden mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\mathbf{w}$ . Bei dieser Bewegung beschreibt ein Punkt  $P$  auf dem Umfang des abrollenden Rades eine als „Rollkurve“ oder „Zykloide“ bezeichnete periodische Bahnkurve.
  - a) Wie lauten Ortsvektor  $\vec{r}(t)$ , Geschwindigkeitsvektor  $\vec{u}(t)$  und Beschleunigungsvektor  $\vec{a}(t)$ ? Hinweis:  $\mathbf{j} = \mathbf{w} \cdot t$ .
  - b) Zu welchen Zeiten erreicht die Geschwindigkeit dem Betrage nach ihren kleinsten bzw. größten Wert? Welchen Punkten der Zykloide entsprechen diese Zeiten?



### Übung 3: Dynamik

- Ein Fahrzeug durchfährt eine Kurve mit der konstanten Geschwindigkeit  $\mathbf{u} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Ein Kraftmesser, an dem eine Kugel ( $m = 500 \text{ g}$ ) hängt, zeigt während der Kurvenfahrt  $F = 6,0 \text{ N}$ .
  - Beschreiben Sie die Beobachtung von zwei Bezugssystemen aus!
  - Wie groß ist der Kurvenradius?
- Ein Auto will auf einer Straße mit Steigungswinkel  $\alpha = 10^\circ$  nach oben anfahren. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Reifen und Straße betrage  $\mu_{\text{haft}} = 0,6$ , der Koeffizient für die Rollreibung sei  $\mu_{\text{roll}} = 0,03$  (der Ansatz für Roll-Reibung ist derselbe wie für Haft- und Gleitreibung). Welche Beschleunigung ist maximal möglich, ohne daß die Räder durchdrehen?
- Ein Körper der Masse  $0,48 \text{ kg}$  hängt an einem  $1,5 \text{ m}$  langen Faden. Er wird in einem horizontalen Kreis immer schneller herumgeschleudert, bis der Faden praktisch waagrecht gespannt ist. Der Kreis befindet sich nun  $1,6 \text{ m}$  über dem Boden. Als der Faden reißt, fliegt der Körper  $10 \text{ m}$  weit, bis er auf dem Boden aufschlägt. Wie groß ist die Reißfestigkeit des Fadens? Prüfen Sie die Voraussetzung des waagrecht gespannten Fadens!
- In einer Gebrauchsanweisung eines Autos findet sich folgender Absatz über den Anhalteweg bei einer Geschwindigkeit von  $50 \text{ km/h}$ : Der Fahrer möchte so schnell wie möglich anhalten. Bis sein Fuß das Bremspedal erreicht, fährt er bereits  $10 \text{ m}$  weit. Weitere  $21 \text{ m}$  braucht er bis zum Stopp.
  - Welcher Reibungskoeffizient wird hier angenommen?
  - Wie groß müsste ein Kurvenradius mindestens sein, um bei dieser Geschwindigkeit ohne zu schleudern durch die Kurve zu kommen?
- Ein Teilchen der Masse  $M = 0,305 \text{ kg}$  bewegt sich in einem horizontalen Kreis mit Radius  $r = 2,63 \text{ m}$  mit konstanter Geschwindigkeit  $\mathbf{u} = 0,754 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  entgegengesetzt zum Uhrzeigersinn. Bestimmen Sie für  $\Theta = 322^\circ$  (von der positiven  $x$ -Richtung entgegen dem Uhrzeigersinn gemessen) die  $y$ -Komponente der Beschleunigung des Teilchens.



- Wir haben gelernt, dass die Masse eines physikalischen Körpers unveränderlich ist. Die Relativitätstheorie zeigt, dass diese Aussage nicht mehr stimmt, wenn die Geschwindigkeit des Körpers vergleichbar wird mit der Lichtgeschwindigkeit: 
$$m(\mathbf{u}) = m_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathbf{u}}{c}\right)^2}},$$

dabei ist  $m_0$  die Ruhemasse des Teilchens, d.h.  $m(\mathbf{u} = 0)$ .

Frage: Wie schnell muss sich ein Körper bewegen, damit sich seine Masse verdoppelt?

### Übung 4: Arbeit und Energie

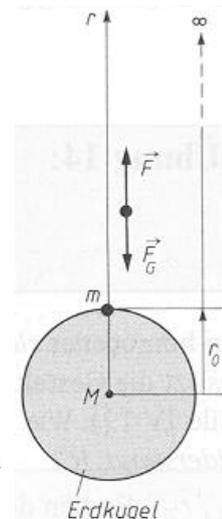
- Ein Junge zieht auf horizontaler ebener Unterlage einen Schlitten der Masse 5 kg mit konstanter Geschwindigkeit 10 m weit.
  - Welche Arbeit verrichtet der Junge an dem Schlitten, wenn der Gleitreibungskoeffizient zwischen Schlitten und Schnee 0,2 beträgt, und das Zugseil mit der Horizontalen einen Winkel von  $45^\circ$  bildet?
  - Würde der Junge mehr, weniger oder die gleiche Arbeit verrichten, wenn er statt unter  $45^\circ$  horizontal, d.h. unter  $0^\circ$  an dem Schlitten ziehen würde?
- Ein Körper an einem Fadenpendel wird um 0,38 m angehoben und losgelassen. Beim Durchgang durch die Ruhelage wird er mit einer Rasierklinge vom Faden getrennt und fällt auf den 1,2 m tiefer gelegenen Boden. Wo trifft er auf?
- Überlegen Sie, warum  $\vec{F} = -\mathbf{h}^3 \vec{r}$  ein konservatives Kraftfeld ist.
  - Berechnen Sie das Potential eines Massenpunktes in diesem Feld, wenn wir  $E_{\text{pot}} = 0$  für  $r = 0$  definieren.

- Welche Arbeit  $W$  ist aufzuwenden, um eine an der Erdoberfläche befindliche Masse  $m$  aus dem Einflußbereich der Erde herauszubringen (d.h. unendlich weit weg!)? Mit welcher Geschwindigkeit  $\mathbf{u}_0$  muss dieser Körper daher von der Erdoberfläche abgeschossen werden? ( $\mathbf{u}_0$  ist die sogenannte „Fluchtgeschwindigkeit“.)

*Hinweis:* Die Erdanziehungskraft oder „Gravitationskraft“ ist ortsabhängig:  $F_G(r) = G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{Erde}}}{r^2}$ , dabei bedeuten:

Gravitationskonstante  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}}$ , Erdmasse

$M_{\text{Erde}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $r$  ist der Abstand zwischen der Masse  $m$  und dem Erdmittelpunkt. Der Erdradius beträgt  $r_0 = 6370 \text{ km}$ .



- Ist die Leistung, die benötigt wird, um eine Kiste vom Boden auf einen Tisch zu heben, abhängig von der Zeitdauer, die dafür gebraucht wird?

### Übung 5: Impuls und Statik

- Ein Körper ( $m_1 = 2 \text{ kg}$ ) stößt auf horizontaler Unterlage weder elastisch noch unelastisch zentral auf einen ruhenden Körper ( $m_2 = 3 \text{ kg}$ ). Beide Körper rutschen anschließend in gleicher Richtung auf der rauhen Unterlage ( $\mu_1 = 0,1$ ,  $\mu_2 = 0,2$ ) bis zum Stillstand; der erste Körper um  $s_1 = 2 \text{ m}$ , der zweite Körper um  $s_2 = 4 \text{ m}$ .
  - Berechnen Sie die Geschwindigkeiten beider Körper ( $u_1$ ,  $u_2$ ) unmittelbar nach dem Stoß.
  - Wie groß ist die Geschwindigkeit des ersten Körpers  $u_1$  unmittelbar vor dem Stoß?
  - Berechnen Sie den Verlust an kinetischer Energie  $\Delta E_{\text{kin}}$  während des Stoßes.

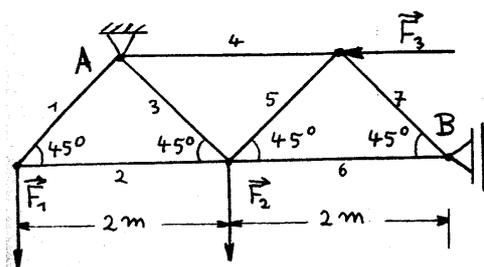
- Prinzip des Raketenantriebs:* Wir begeben uns gedanklich ins Ruhesystem der Rakete. Ein Massenelement  $\Delta m$  des Brennstoffs wird von  $\mathbf{u} = 0$  (Brennstoff ruht in der Rakete) auf die Ausströmgeschwindigkeit  $\mathbf{u}_{\text{rel}}$  gebracht. Dieses Massenelement hat dann seinen Impuls von  $p = 0$  auf  $p = \Delta m \cdot \mathbf{u}_{\text{rel}}$  geändert; also um  $\Delta p = \Delta m \cdot \mathbf{u}_{\text{rel}}$ . Wir wissen, dass auf dieses Massenelement die Kraft  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \mathbf{u}_{\text{rel}}$  wirken muß. Wegen Aktio = Reaktio (3. Newtonsches Gesetz) wirkt diese Kraft also auch auf die Rakete (in entgegengesetzter, d.h. in Vorwärts-Richtung). Diese Kraft ist der sogenannte „Schub“.

Für eine Rakete im kräftefreien Raum ist der Schub die einzige auf die Rakete wirkende Kraft. Also ist  $F_{\text{Res}} = F_{\text{Schub}} = m \cdot a = m \cdot \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\mathbf{u}_{\text{rel}} \cdot \frac{dm}{dt}$ . ( $dm$  ist negativ!)

*Aufgabe:* Eine Rakete hat mit Brennstoff die Anfangsmasse 40000 kg. Das Triebwerk erreicht nach 100 s den Brennschluss. Der Treibstoff soll gleichmäßig abgebrannt werden. Nach Brennschluss hat die Rakete die Endmasse 15000 kg.

- Berechnen Sie die Auströmungsgeschwindigkeit der Gase, wenn der Schub 1000000 N beträgt.
- Wie groß ist die Beschleunigung am Anfang; bei Brennschluss?
- Wie groß müsste die ausgestoßene Masse pro Zeit am Ende sein, wenn konstante Beschleunigung erzielt werden soll?

- In dem Fachwerk bestimmen Sie die Auflagerkräfte  $\vec{F}_A$ ,  $\vec{F}_B$  und die Stabkräfte in den Stäben 2 und 5.



$$F_1 = F_3 = 1 \text{ kN}$$

$$F_2 = 2 \text{ kN}$$

- Eine homogene Kugel mit Radius  $r$  und Gewicht  $W$  rutscht auf dem Boden, da sie wie skizziert von einer Kraft  $P$  gezogen wird.

- Zeigen Sie, dass gilt: 
$$h = r \left( 1 - \frac{mW}{P} \right)$$



$m$  = Gleitreibungskoeffizient.

- Zeigen Sie, dass sich die Kugel nicht im translatorischen Gleichgewicht befindet. Gibt es einen Punkt, um den die Kugel im Rotationsgleichgewicht ist?
- Kann man die Kugel sowohl in Rotations- als auch in translatorisches Gleichgewicht bringen, indem man  $h$  ändert? Oder die Richtung von  $P$ ?

5. Wenn eine homogene Kugel mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{u}$  rollt, besitzt sie durch ihre Schwerpunktschwindigkeit die kinetische Energie  $E_{\text{kin,trans}} = \frac{1}{2} m \mathbf{u}^2$ . Dazu kommt die Energie durch die Rotation um ihren Schwerpunkt:

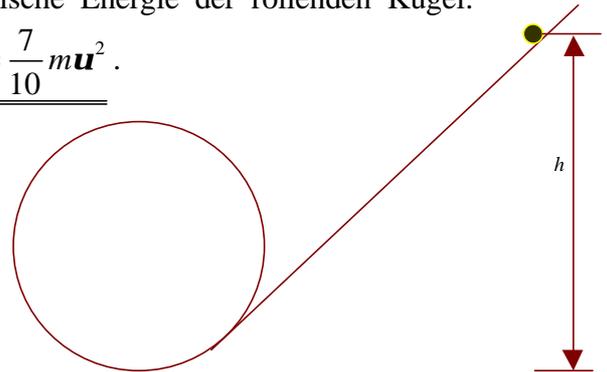
$$\underline{E_{\text{rot}}} = \int_0^r \frac{1}{2} \mathbf{u}_r^2 dm = \frac{1}{2} \int_0^r (\mathbf{w}r)^2 dm = \frac{1}{2} \mathbf{w}^2 \int_0^r r^2 dm = \underline{\underline{\frac{1}{2} J \mathbf{w}^2}}.$$

Das Trägheitsmoment  $J$  einer homogenen Kugel um ihren Mittelpunkt beträgt  $J = \frac{2}{5} m r^2$ .

Damit ergibt sich schließlich für die gesamte kinetische Energie der rollenden Kugel:

$$\underline{E_{\text{kin,ges}}} = \frac{1}{2} m \mathbf{u}^2 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{5} m r^2 \right) \cdot \mathbf{w}^2 = \frac{1}{2} m \mathbf{u}^2 + \frac{1}{5} m \mathbf{u}^2 = \underline{\underline{\frac{7}{10} m \mathbf{u}^2}}.$$

*Aufgabe:* Eine Kugel rollt in einer Schiene eine schiefe Ebene hinab. Unten schließt sich ein Looping mit Radius  $r$  an. Aus welcher Höhe muss man die Kugel loslassen, wenn sie im höchsten Punkt des Loopings die Schiene nicht verlassen soll?



### Übung 6: Gravitation

1. Berechnen Sie die Gezeitenbeschleunigungen auf der mondzu- und auf der mondabgewandten Seite der Erde. Das ist die Gravitationsbeschleunigungsdifferenz zwischen den Erdteilchen in Erd-Zentrum (wo sich ja Fliehkraft und Anziehungskraft durch den Mond die Waage hält) und den Erdteilchen auf der Erdoberfläche. Vergleichen Sie die Gezeitenbeschleunigungen des Mondes mit der der Sonne!
2. Wie groß ist die prozentuale Änderung der Gravitationsbeschleunigung der Erde in Richtung Sonne, wenn der Mond zwischen Erde und Sonne steht bzw. wenn Sonne und Mond auf entgegengesetzten Seiten der Erde stehen?
3. Durch Beobachtung der Bewegung von künstlichen Satelliten, die die Erde umkreisen, wird auf die Form und Struktur der Erde zurückgeschlossen. Das geht besser als durch Beobachtung der Mondbewegungen. Warum?
4. Ein Doppelsternsystem mit den Sternmassen von je  $3 \cdot 10^{30}$  kg rotiert um den gemeinsamen Schwerpunkt, der zwischen den beiden Sternen im Abstand von  $10^{11}$  m von jedem Stern entfernt liegt. Ein Meteorit fliege genau durch den Schwerpunkt hindurch, seine Geschwindigkeit stehe senkrecht auf der Verbindungslinie zwischen den beiden Sternen. Welche Geschwindigkeit muss der Meteorit haben, damit er das Doppelsternsystem wieder verlässt?
5. Gegeben sei ein kugelsymmetrisches Gravitationskraftfeld mit dem abgebildeten Verlauf  $F(r)$ . Wie sieht der zugehörige „Himmelskörper“ aus? Wie erhalten Sie daraus
  - a) die Gravitationsfeldstärke = Fallbeschleunigung  $g(r)$ ,
  - b) die potentielle Energie  $E_{\text{pot}}(r)$ ,
  - c) das Gravitationspotential  $U(r) = \frac{E_{\text{pot}}(r)}{m}$ ?

