4 Interferenz

Überlagern sich zwei harmonische Wellen gleicher Wellenlänge, Frequenz und Amplitude, so ist die resultierende Welle wieder harmonisch:

$$E_1 = E_0 \sin(kx - \omega t - \varphi)$$

$$E_2 = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$E = E_1 + E_2 = E_0[\sin(kx - \omega t - \varphi) + \sin(kx - \omega t)] =$$

$$= \underbrace{2E_0 \cos\frac{\varphi}{2}}_{\uparrow} \cdot \sin\left(kx - \omega t - \frac{\varphi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \omega \text{ bleibt gleich, } k \text{ bleibt gleich.}$$

[1] Amplitude: $\approx$ doppelt so groß, wenn $\varphi \prec 1$ (konstruktive Überlagerung)

≈ 0, wenn $\varphi \approx \pi$ (destruktive Interferenz)

---

[1] $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\beta-\alpha}{2}$

Auch bei unterschiedlicher Amplitude ist die Resultierende eine harmonische Welle gleicher Frequenz und Wellenlänge.[2]

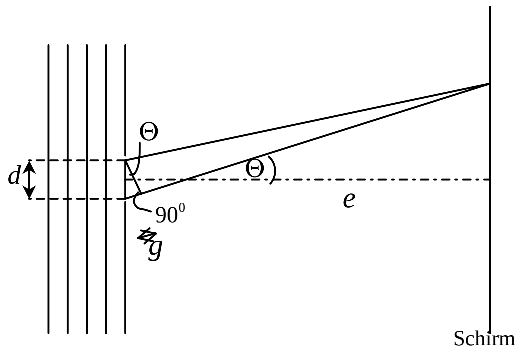
Kohärenz

Interferenz kann nur auftreten, wenn die Phasendifferenz der sich überlagernden Wellen zeitlich konstant ist: „kohärente Wellen“:
Zwei voneinander unabhängige Lichtquellen führen nicht zur Interferenz: „inkohärente Lichtquellen“:[3]

4.1 Doppelspalt

Zwei Punktquellen, die Licht gleicher Wellenlänge emittieren, erzeugen Interferenzringe.

Bild:
Interferenz



Helle Streifen treten auf, wenn für Θ gilt ($e \succ d$[4]):

$$\left.\begin{array}{l} g = d \cdot \sin\Theta = m \cdot \lambda \; (= \text{Gangunterschied}) \\ \text{dunkle Streifen (Auslöschung) tritt auf für} \\ g = d \cdot \sin\Theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{array}\right\} m = 0,1,2,\ldots$$

Berechnung der Intensität auf dem Schirm:
Erinnerung:

Die Intensität einer Welle ist proportional zum Quadrat ihrer Amplitude.[5]

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t)$$

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad \varphi = \text{Phasendifferenz, abhängig von } \Theta.$$

Die resultierende Amplitude E_Θ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 \;^{6} \\ &= \underbrace{2E_0 \cos\frac{\varphi}{2}}_{\uparrow} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \;^{7} \\ &= \quad E_\Theta \quad \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \;^{8}. \end{aligned}$$

Da die Intensität einer Welle proportional zu ihrem Amplitudenquadrat ist, ist

---

[2] $A\sin(\omega t) + B\sin(\omega t + \varphi)$ im Zeigerdiagramm: Resultierende = $C\sin(\omega t + \beta)$ mit $C = \frac{\sin\varphi}{\sin\beta} \cdot B$ und $\frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin(\varphi - \beta)}{A}$. S. auch Kap 4.3 Beugung am Einzelspalt.

[3] λ verschieden, kein Zeitbezug.

[4] Fraunhofer–Beugung: Parallele Lichtstrahlen, d.h. $\text{Quelle} - \text{Spalt und } e \to \infty$. Praxis: Abstände endlich und mit Sammellinsen parallele Lichtbündel am Spalt erzeugen.
Spaltbreite $a \prec \lambda$!, s. S. 17

[5] Wir betrachten die Amplitude der elektrischen Feldstärke. Es geht analog auch mit der Amplitude der magnetischen Flußdichte.

[6] Eigentlich $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, doch in den meisten Fällen sind $\vec{E}_1$ und $\vec{E}_2$ hinreichend parallel.

[7] S.o. „Interferenz“. $E(\Theta) = E[\varphi(\Theta)]$.

[8] $E_\Theta = 2E_0 \cos\frac{\varphi(\Theta)}{2}$.

$I(\Theta) \propto E_\Theta^2$.

Wegen $\varphi = \frac{g}{\lambda} \cdot 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin\Theta$ ist schließlich

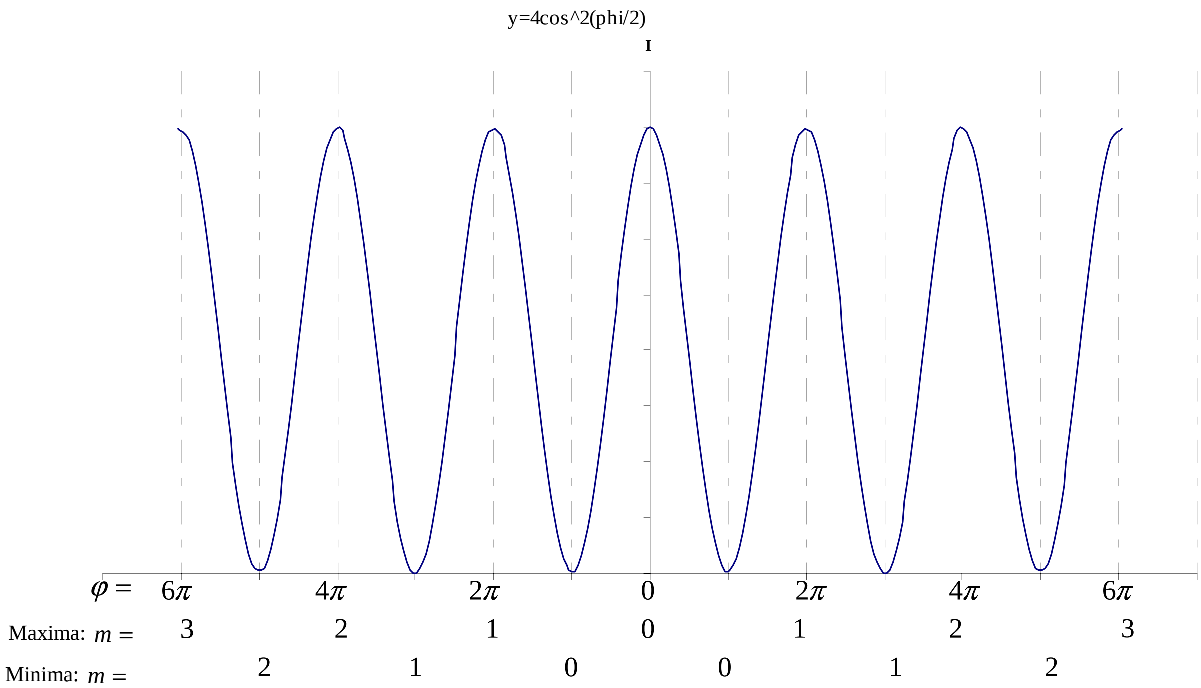
$$\boxed{I(\Theta) \propto 4E_0^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = 4E_0^2 \cos^2\left[\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \sin\Theta\right]}$$

<u>Maxima:</u> $I(\Theta) \propto 4E_0^2 = 4I_1$ für $\frac{\pi \cdot d \sin\Theta}{\lambda} = m \cdot \pi$

⇨ $d \sin\Theta = m \cdot \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots$ (s.o.)

<u>Minima:</u> $I(\Theta) = 0$ für $\frac{\pi \cdot d \sin\Theta}{\lambda} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \pi$

⇨ $d \sin\Theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots$.

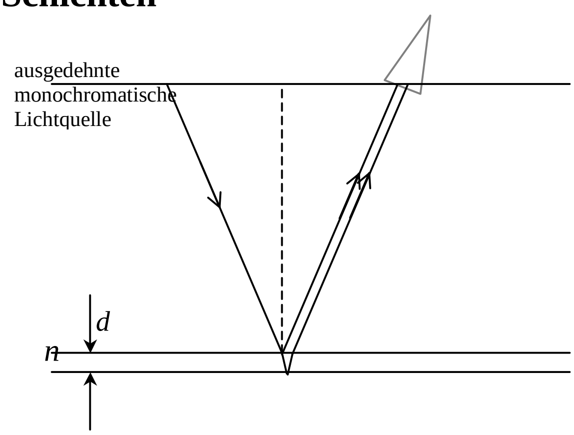


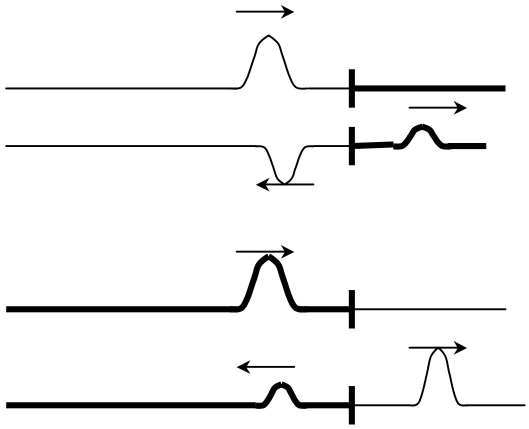
4.2 Interferenz an dünnen Schichten

<u>Bsp.:</u> Seifenblasen, Ölpfützen.

Für nahezu ⊥ Einfall ($\Theta \approx 0$) haben die beiden interferierenden Wellen eine Wegdifferenz von $\approx 2d$. Welche Phasendifferenz haben die beiden Wellen?

- Die Wellenlänge λ_n im Medium beträgt $\lambda_n = \frac{\lambda_{\text{Vakuum}}}{n}$.
- Bei Reflexion am optisch dichteren Medium erfährt die Welle einen Phasensprung um π.





⇨ **Interferenz<u>maximum</u> für**

$$\underbrace{n \cdot 2d}_{\text{optische Weglänge}} = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 1,2,\ldots$$ [i]

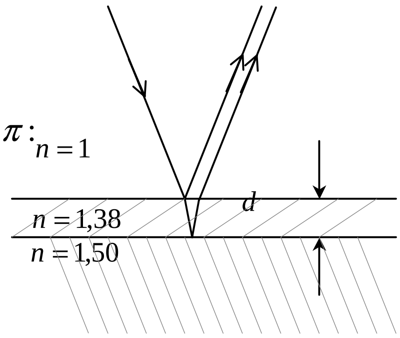
Interferenz<u>minimum</u> für

$n \cdot 2d = m \cdot \lambda, \quad m = 1,2,\ldots$.

λ ist hier im Vakuum genommen!

<u>Bsp.:</u> Entspiegelung von Gläsern:
Wie dick muß die MgF_2–Schicht sein, um die Reflexion zu minimieren ($\lambda = 550$ nm)?

Beide Wellen erfahren bei ihrer Reflexion einen Phasensprung um π:



⇨ Minimum für $n_{MgF_2} \cdot 2d = \left(m - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$

$\Rightarrow \underline{\underline{d}} = \frac{\lambda}{4n} = \underline{\underline{99.6 \text{ nm}}} \quad (m = 1)$. [ii]

---

[i] $\lambda = \lambda_{Vakuum}$.

[ii] Bei dieser Schichtdicke wird $\lambda = 275$ nm, $\frac{1}{2} \cdot 275$ nm, $\frac{1}{3} \cdot 275$ nm… maximal reflektiert. Wählt man in obiger Bestimmungsformel nicht $m = 1$, sondern $m = 2$, so wäre $d = 300$ nm, und es gäbe konstruktive Interferenz für $\lambda = 825$ nm, <u>412.5 nm</u>, 275 nm, … .