

Überblick / Vorverarbeitung

- Einleitung
- Bildpunktoperationen
 - LUT, Dehnung GW-Skala, Histogrammebnung, Hintergrundkompensation, ...
 - Geometrische Transformationen
- Lokale Graubildoperationen

Einleitung

- Grauwertbilder: Diskretisierung, Quantisierung ganze, positive Zahlen (nach oben begrenzt)
- Bildpunktoperationen:
 - Dehnung Grauwertskala
 - Modifikation von Histogrammen
 - Entzerrung von Bildern

Einleitung

- Bildpunktoperationen
 - Betrachtung von einzelnen Bildpunkten
 - $E(x,y) \rightarrow A(i,j)$
 - Untergruppe von lokalen Operationen
 - GW oder Position ($E(x,y)$) *ohne* Berücksichtigung der Umgebung neuer GW oder neue Position ($A(i,j)$) zu berechnen
 - Unterste Komplexitätsstufe der BV-Operatoren
 - Linear und nicht-linear
 - (Meist) homogener „Natur“

Bildpunktoperationen

- LUT
 - Auch Bildpunktübertragungsfunktion
 - Auf vordefinierte Weise wird $A(i,j)$ bestimmt
 - Homogene Operation
 - Grauwertskala (GWS) von $E(x,y)$ wird in GWS von $A(x,y)$ umgeformt
 - Speicher: unter Adresse x ist Inhalt y

$$y = LUT(x)$$

Bildpunktoperationen

- Darstellung von LUT in Diagrammform
 - GW von E auf der Abszisse
 - GW von A auf der Ordinate

linear $y = x$

negative linear $y = -x$

quadratisch $y = \frac{x^2}{255}$

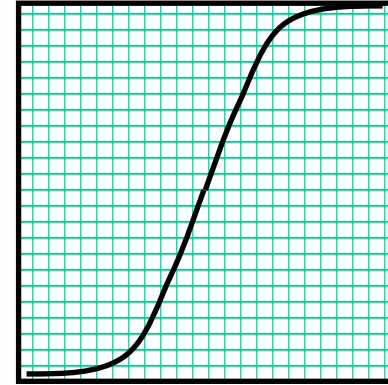
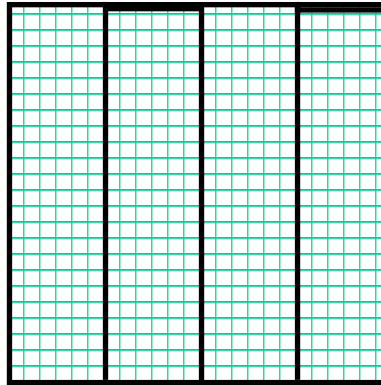
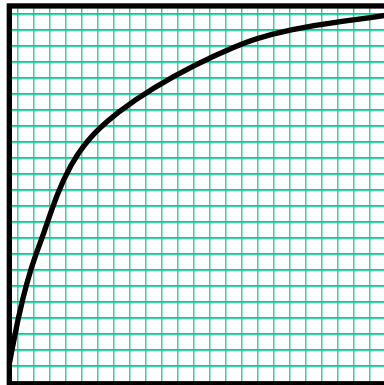
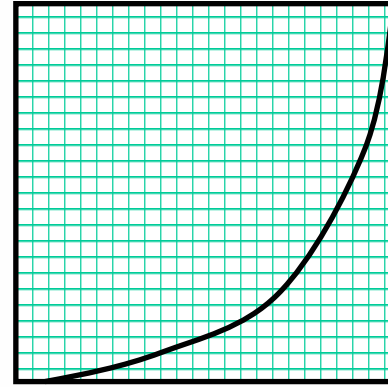
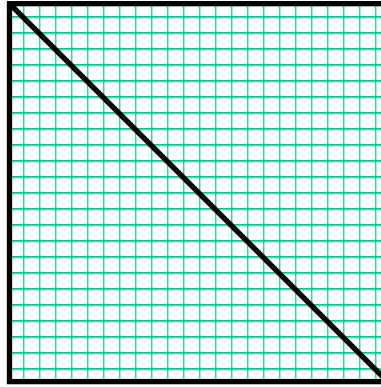
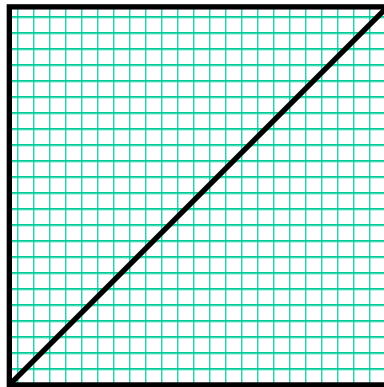
Wurzel $y = \sqrt{255x}$

Binär $y = \begin{cases} 0, & x < x_u \\ 1, & x_u < x < x_o \\ 0, & x > x_o \end{cases}$

Gauß $y = 255 - \frac{5795}{\sqrt{2\pi e}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$

für $0 \leq x \leq 255$ und $\sigma = 82, m = 0$

Bildpunktoperationen

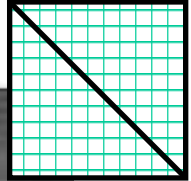
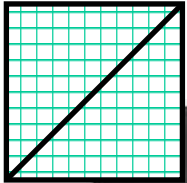


Bildpunktoperationen

- LUT
 - Berechnung erfolgt nur einmal
 - ... auch stückweise linear oder explizite Werteangabe
 - Sehr schnell
 - Auch Hardware-Unterstützung

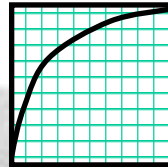
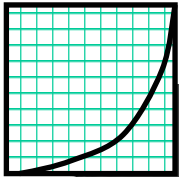
$$A(x,y) = LUT(E(x,y))$$

Bildpunktoperationen



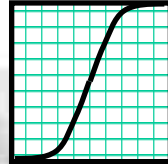
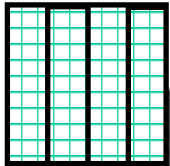
[Abmayr 94], S. 156

Bildpunktoperationen



[Abmayr 94], S. 156

Bildpunktoperationen



[Abmayr 94], S. 156

Bildpunktoperationen

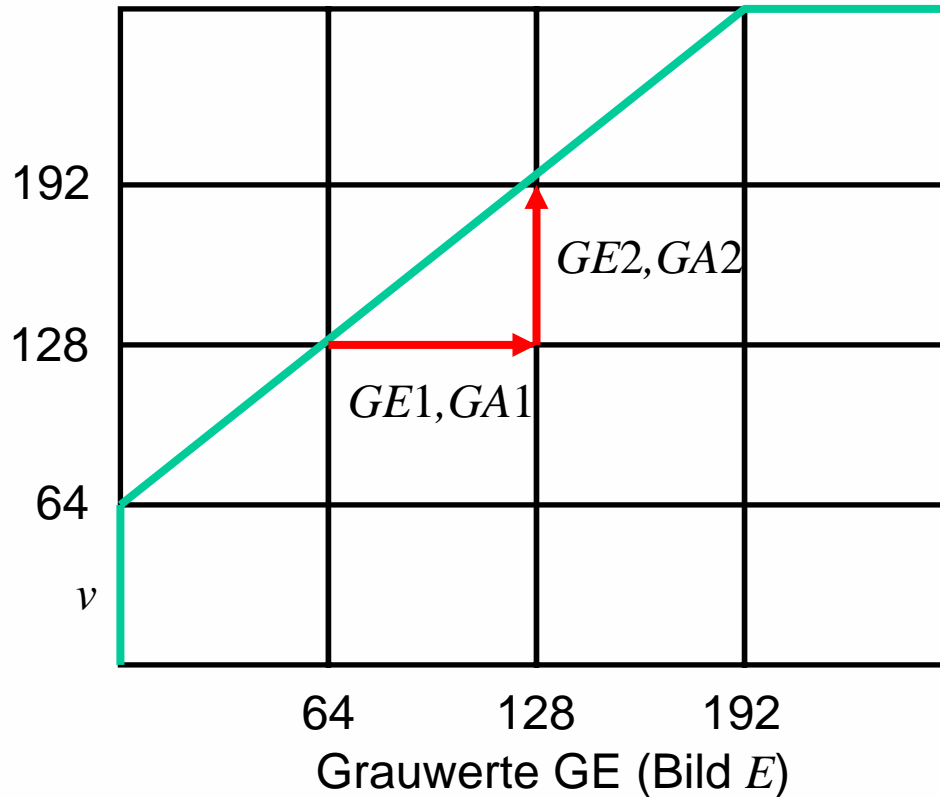
- Dehnung GW-Skala
 - Allgemeine Transformationsgleichung

$$A(x,y) = u \cdot E(x,y) + v$$

- Konstante u entspricht dem Kontrast
- Konstante v entspricht der Helligkeit
- TV-Monitor

Bildpunktoperationen

Grauwerte GA (Bild A)



$$u = \frac{GA2 - GA1}{GE2 - GE1}$$

Bildpunktoperationen

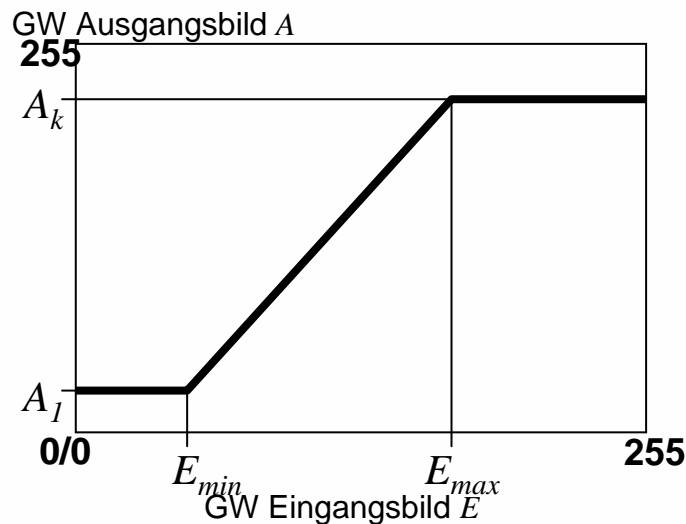
- Dehnung GW-Skala
 - Diskreter Fall (mit 8Bit)

$$A(x, y) = \begin{cases} 255 & , \text{wenn } u \cdot E(x, y) + v > 255 \\ 0 & , \text{wenn } u \cdot E(x, y) + v < 0 \\ u \cdot E(x, y) + v & , \text{sonst} \end{cases}$$

- nicht linear

Bildpunktoperationen

- Lineare Dehnung GW-Skala
 - $E(x,y)$ mit E_{min} und E_{max}
 - $A(x,y)$ mit A_l und A_k

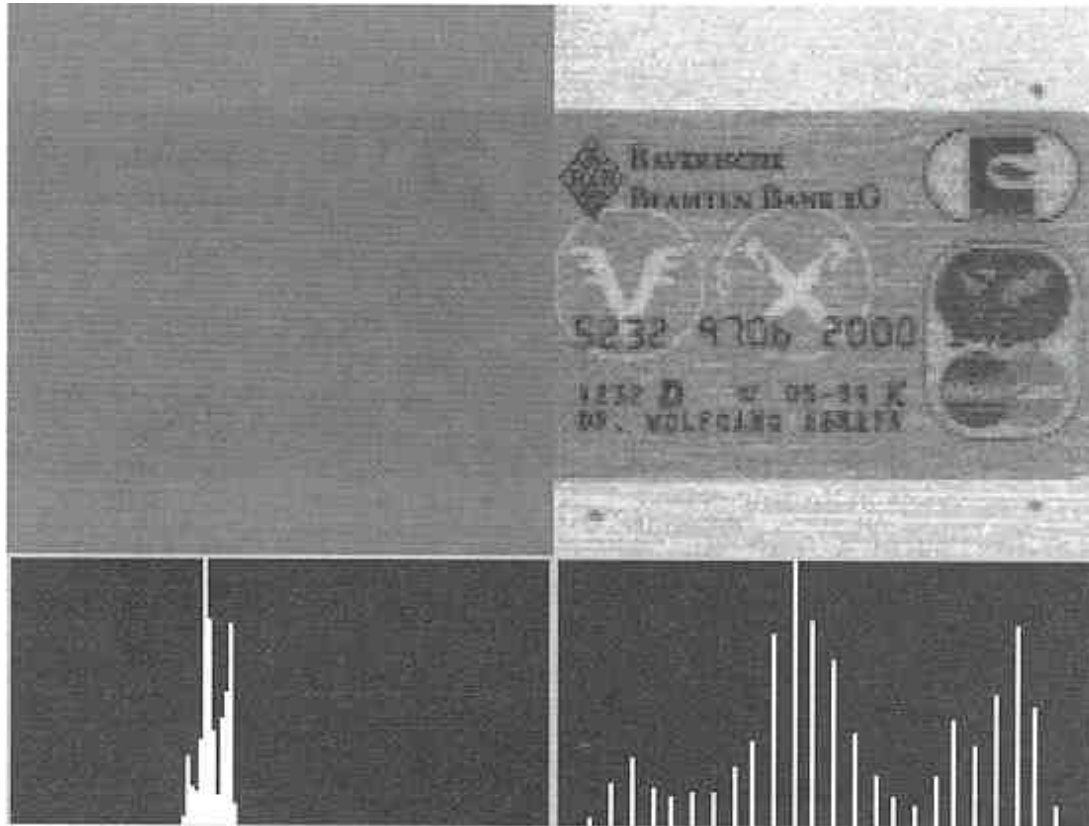


mit $E_{min} \leq E(x, y) \leq E_{max}$
und $A_l \leq A(x, y) \leq A_k$

$$A(x, y) = \frac{A_k - A_l}{E_{max} - E_{min}} \cdot (E(x, y) - E_{min}) + A_l$$

Bildpunktoperationen

[Abmayr 94], S. 159



Bildpunktoperationen

- Lineare Dehnung GW-Skala mit Clipping
 - Abschneiden der Extremwerte + Dehnung
 - Man wählt Intervall, sodass

$$E_{\min} \leq E'_{\min} \leq E'_{\max} \leq E_{\max}$$

- Nur 1% - 5% der (Extrem-)Werte sollten jeweils in den Intervallen liegen

$$E_{\min} - E'_{\min} \quad \text{bzw.} \quad E_{\max} - E'_{\max}$$

Bildpunktoperationen

- Histogrammebnung (Grauwertäqualisation)
 - Histogramm: Häufigkeit des Auftretens von GW
 - Gleichverteilung der GW über die (diskrete) GW-Skala
 - Verstärkt den Kontrast um das Maximum und verringert den Kontrast um das Minimum

Bildpunktoperationen

Gegeben Bild E

$h_E(z)$, Häufigkeit mit der z in E vorkommt

für alle z in $[z_1, z_k]$ bzgl. Bild E

für alle $z_1 \leq a \leq b \leq z_k$ berechnet $\int_a^b h_E(z) dz$

den Anteil der Punkte vom Bild E , die ihren
GW in diesem Bereich haben

Bildpunktoperationen

Gegeben : Bild E mit $M \cdot N$ Pixel und
 k GW – Bereiche z_1, \dots, z_k ; z_i habe p_i Punkte

und $\sum_{i=1}^k p_i = M \cdot N$.

Im zu erzielenden Histogramm sei

q_i die Anzahl der Punkte mit GW z_i

und $\sum_{i=1}^k q_i = M \cdot N$

Bildpunktoperationen

Transformation von p - Histogramm
nach q - Histogramm :

$$\sum_{i=1}^{k_1-1} p_i \leq q_1 \leq \sum_{i=1}^{k_1} p_i$$

der Punkte in E mit GW z_1, \dots, z_{k_1-1} werden dem Bereich q_1 zugewiesen. In A erhalten alle Punkte aus q_1 den GW z_1

Bildpunktoperationen

Sind weniger Punkte in vorhanden als in q_1 sein müssten, so wird aus nächsthöherem Bereich aufgefüllt.

allgemeine Transformation von p – Histogramm
nach q - Histogramm :

$$\sum_{i=1}^{k_h-1} p_i \leq \sum_{i=1}^h p_i \leq \sum_{i=1}^{k_h} p_i$$

Bildpunktoperationen

Ein Beispiel:

Gegeben $k = 8$ und folgende Verteilungen für p und q

i	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	1	7	21	35	35	21	7	1
q_i	16	16	16	16	16	16	16	16

Die ersten Verarbeitungsschritte...

Bildpunktoperationen

Schritt 1

i	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	1	7	21	35	35	21	7	1
q_i	16	16	16	16	16	16	16	16

$$p_1 + p_2 = 8 < q_1 = 16 < p_1 + p_2 + p_3 = 29$$

somit ist $k_1 = 3$

Alle Punkte aus Bild E in den Bereichen z_1 und z_2 , sowie 8 weitere Punkte von den folgenden 21 aus dem Bereich z_3 werden dem ersten Bereich z_1 im Ausgangsbild A zugewiesen.

Bildpunktoperationen

Schritt 2

i	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	1	7	21	35	35	21	7	1
q_i	16	16	16	16	16	16	16	16

$$p_1 + p_2 + p_3 = 29 < q_1 + q_2 = 32 < p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 64$$

somit ist $k_2 = 4$

Die übriggebliebenen Punkte aus dem Bereich z_3 Bild E , sowie 3 weitere Punkte von den folgenden 35 aus dem Bereich z_4 werden dem zweiten Bereich z_2 im Ausgangsbild A zugewiesen.

Bildpunktoperationen

Schritt 3

i	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	1	7	21	35	35	21	7	1
q_i	16	16	16	16	16	16	16	16

$$p_1 + p_2 + p_3 = 29 < q_1 + q_2 + q_3 = 48 < p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 64$$

somit ist $k_3 = k_2 = 4$

Es muss weiter unterteilt werden...

die "ersten" 16 Punkte werden dem dritten

Bereich z_3 im Ausgangsbild A zugewiesen, usw.

Bildpunktoperationen

(normierte) Relative Summenhäufigkeit

$p_E(g)$ sei (normiertes) Histogramm von Bild E und

$$h_E(g) = \sum_{k=0}^g p_E(k), g = 0,1,2,\dots, MAXGW - 1$$

die relative Summenhäufigkeit.

Skalierung durch

$$A(x, y) = (MAXGW - 1) \cdot h_E(E(x, y))$$

Vorbemerkung:

Beispiel(e)

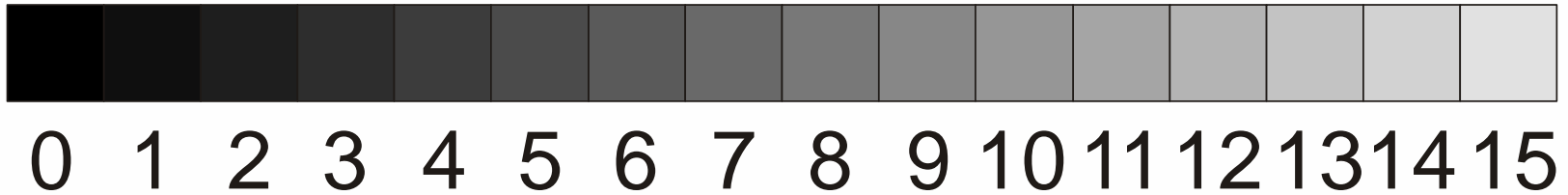
WICHTIG:

Hier auf den Folien wird zur Vereinfachung nur mit 16 Graustufen gerechnet.

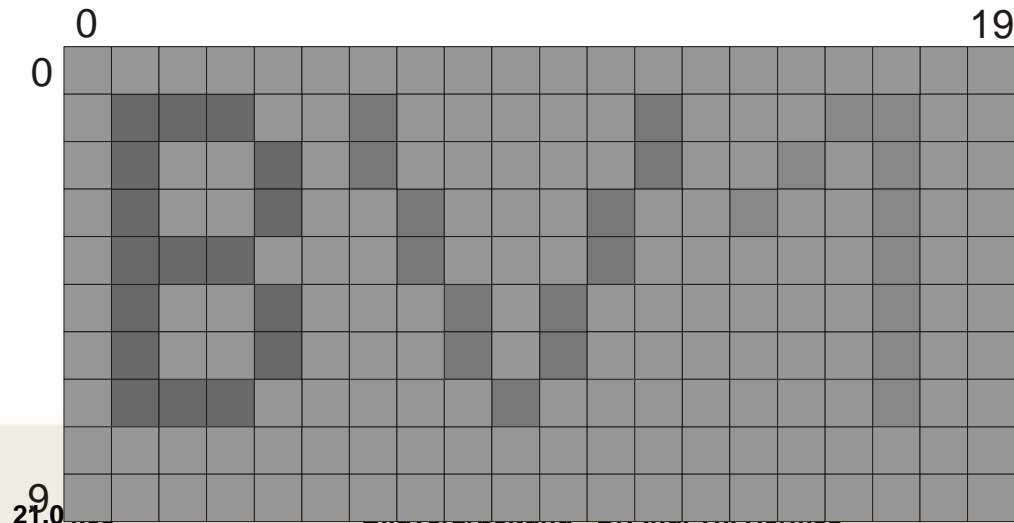
Die Aufgaben sollen aber selbstverständlich für 256 Graustufen gelöst werden!

Das Testbild

- Einfaches Rechenbeispiel mit 16 Graustufen:

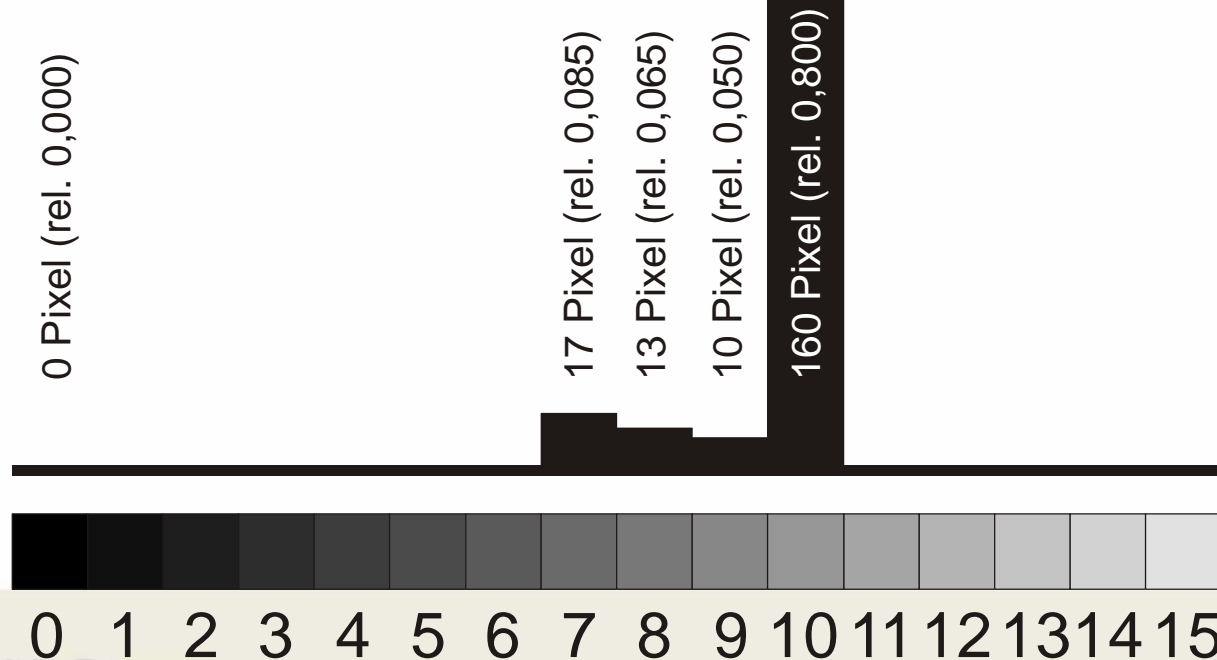


- Testbild
10*20 Pixel



Das original Histogramm

- Histogramm mit absoluten und relativen Zahlen:



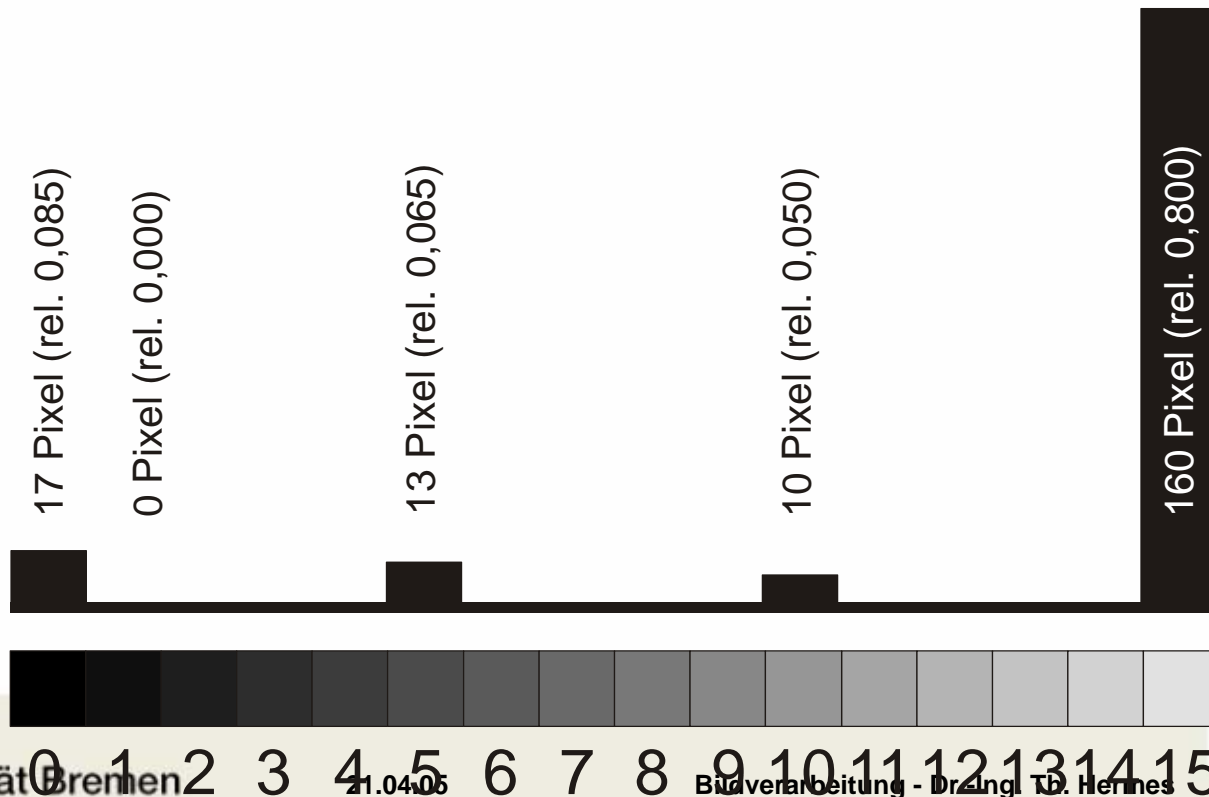
Lineare Histogrammskalierung

- Die Grauwerte werden auf den gesamten Bereich skaliert:

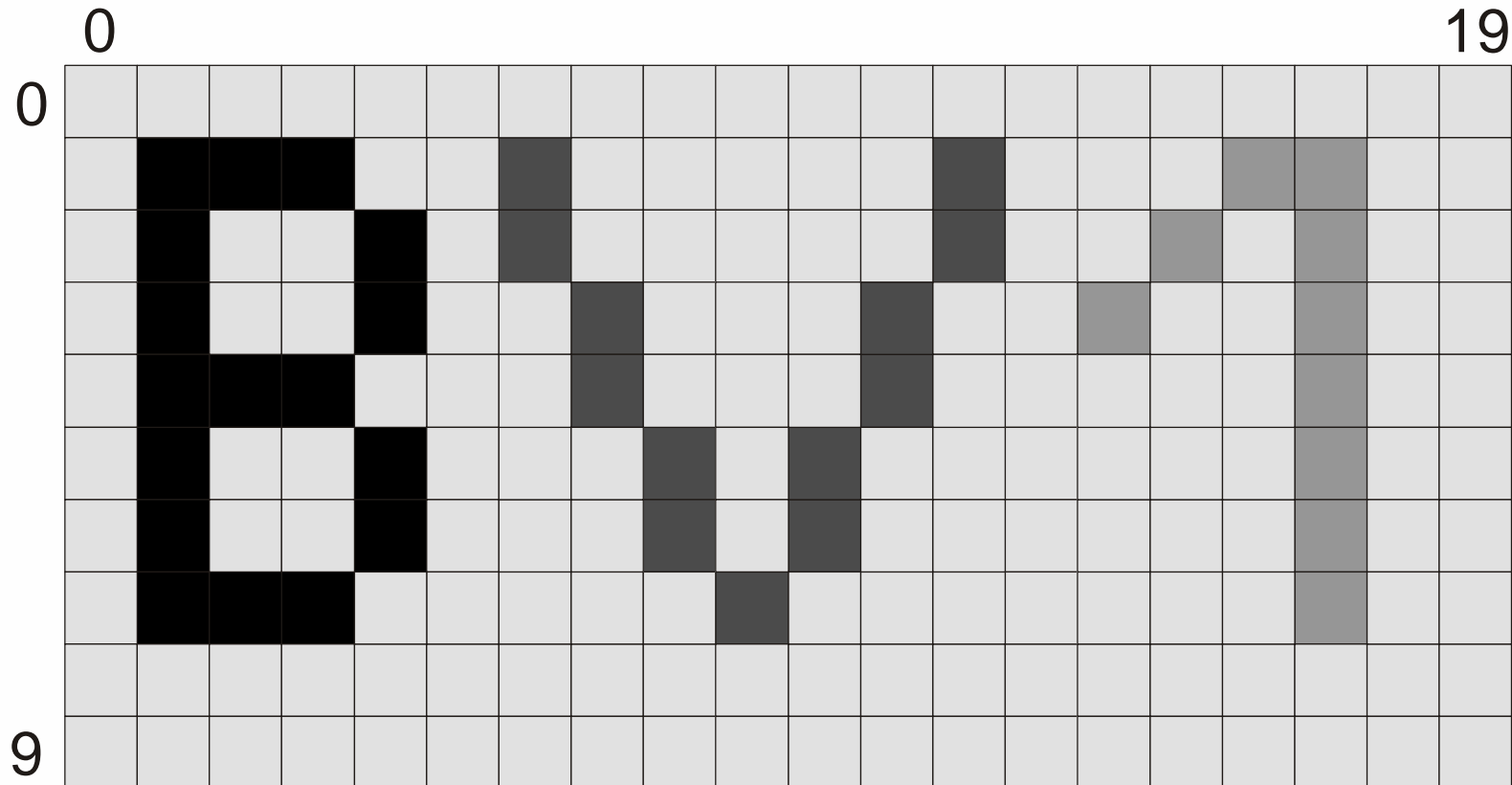
$$A(x, y) = \frac{(A_{\max} - A_{\min}) * (E(x, y) - E_{\min})}{E_{\max} - E_{\min}} + A_{\min}$$

Lineare Histogrammskalierung

$$A(x, y) = \frac{(15 - 0) * (E(x, y) - 7)}{10 - 7} + 0$$



Lineare Histogrammskalierung



Histogrammskalierung mit Summenhäufigkeit

Normiertes Histogramm (relative Werte)		Summen Histogramm	
$p_E(0)$	= 0,000	$h_E(0)$	= 0,000
$p_E(1)$	= 0,000	$h_E(1)$	= 0,000
$p_E(2)$	= 0,000	$h_E(2)$	= 0,000
$p_E(3)$	= 0,000	$h_E(3)$	= 0,000
$p_E(4)$	= 0,000	$h_E(4)$	= 0,000
$p_E(5)$	= 0,000	$h_E(5)$	= 0,000
$p_E(6)$	= 0,000	$h_E(6)$	= 0,000
$p_E(7)$	= 0,085	$h_E(7)$	= 0,085
$p_E(8)$	= 0,065	$h_E(8)$	= 0,150
$p_E(9)$	= 0,050	$h_E(9)$	= 0,200
$p_E(10)$	= 0,800	$h_E(10)$	= 1,000
$p_E(11)$	= 0,000	$h_E(11)$	= 1,000
$p_E(12)$	= 0,000	$h_E(12)$	= 1,000
$p_E(13)$	= 0,000	$h_E(13)$	= 1,000
$p_E(14)$	= 0,000	$h_E(14)$	= 1,000
$p_E(15)$	= 0,000	$h_E(15)$	= 1,000

Histogrammskalierung mit Summenhäufigkeit

Summen Histogramm

$h_E(0)$	=	0,000
$h_E(1)$	=	0,000
$h_E(2)$	=	0,000
$h_E(3)$	=	0,000
$h_E(4)$	=	0,000
$h_E(5)$	=	0,000
$h_E(6)$	=	0,000
$h_E(7)$	=	0,085
$h_E(8)$	=	0,150
$h_E(9)$	=	0,200
$h_E(10)$	=	1,000
$h_E(11)$	=	1,000
$h_E(12)$	=	1,000
$h_E(13)$	=	1,000
$h_E(14)$	=	1,000
$h_E(15)$	=	1,000

$$A(x, y) = (Ng - 1) * h_s(E(x, y))$$

Alter Grauwert = 7

$$A(x, y) = 15 * h_s(7)$$

$$A(x, y) = 15 * 0,085$$

$$A(x, y) = 1,27 \approx 1$$

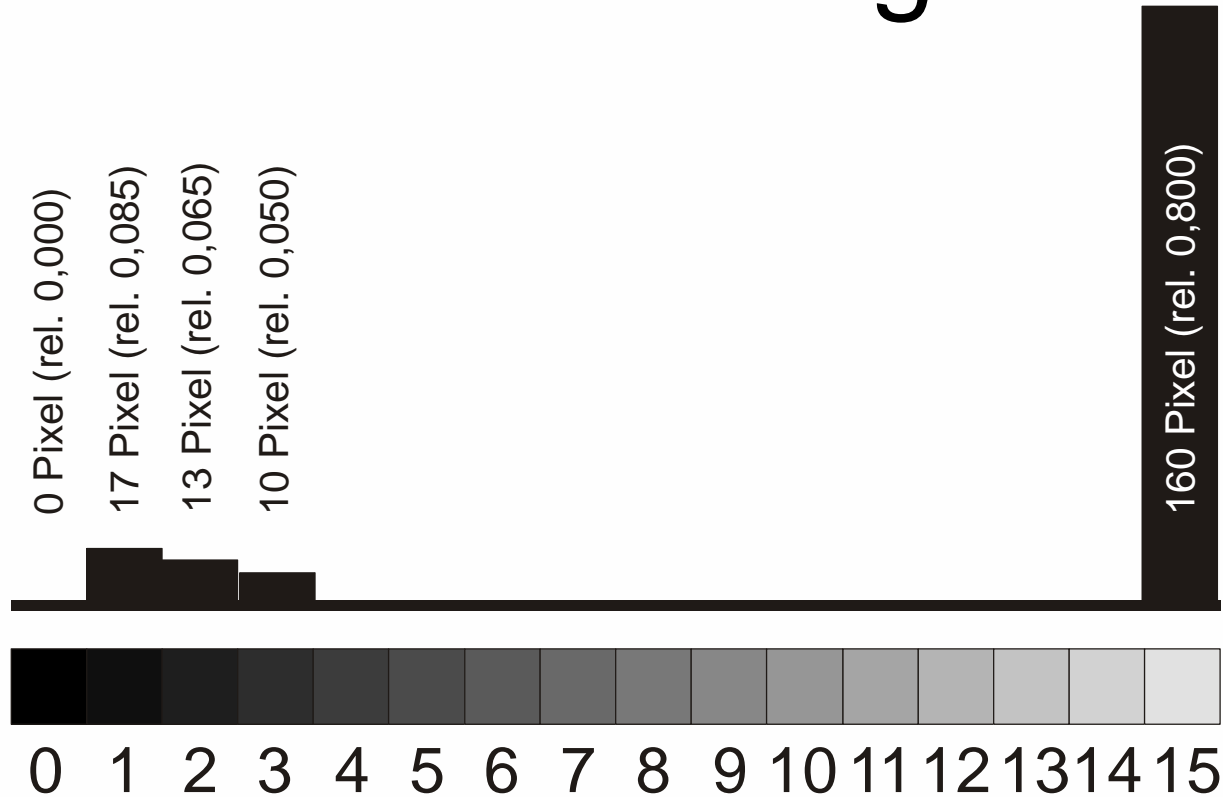
Ng =Anzahl der
Grauwerte, hier 16
(für die Implementierung 256)

Alter Grauwert = 10

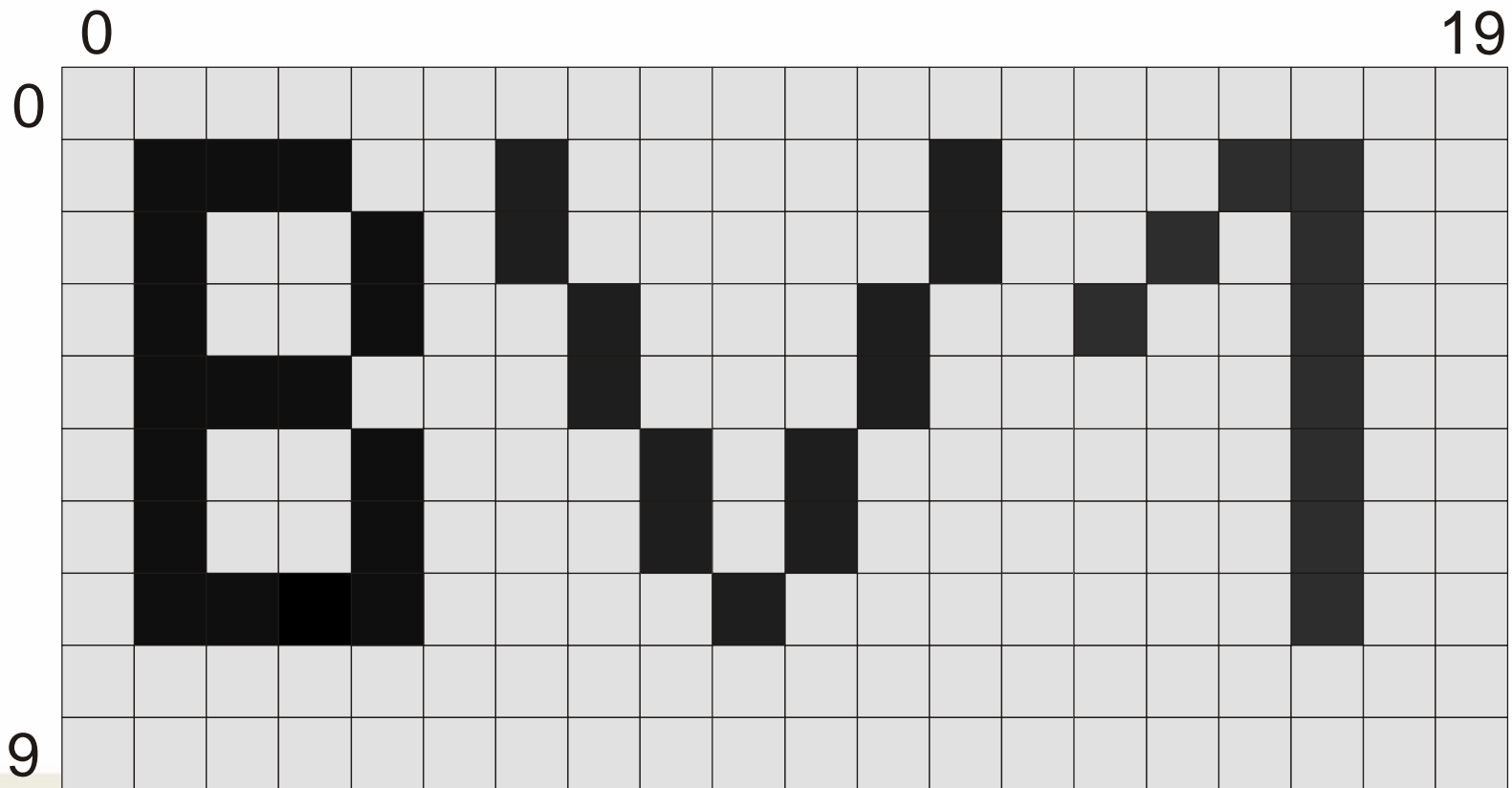
$$A(x, y) = 15 * h_s(10)$$

$$A(x, y) = 15$$

Histogrammskalierung mit Summenhäufigkeit

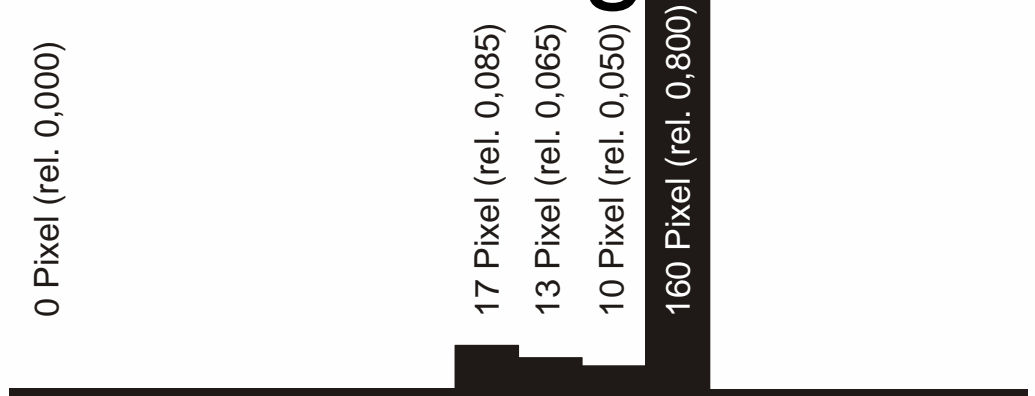


Histogrammskalierung mit Summenhäufigkeit

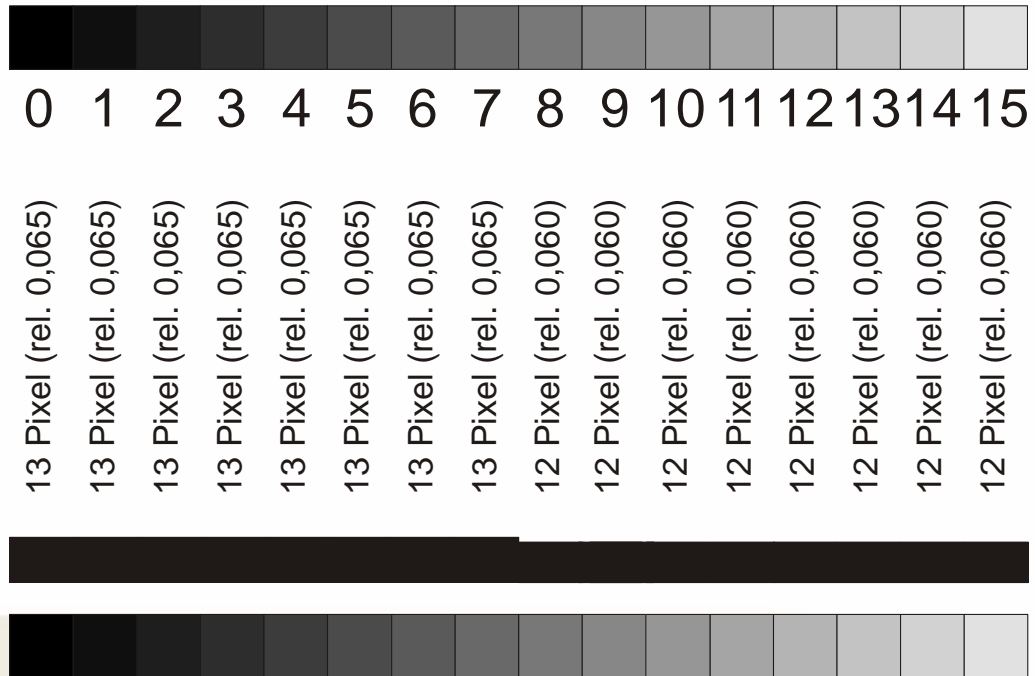


Histogrammebnung

- Original-histogramm



- Ziel-histogramm



Histogrammebnung

- 1) Wie viele Pixel pro Graustufe?

$$h = \frac{\textit{width} * \textit{height}}{\textit{Graustufen}}$$

$$h = \frac{10 * 20}{16} = 12,5$$

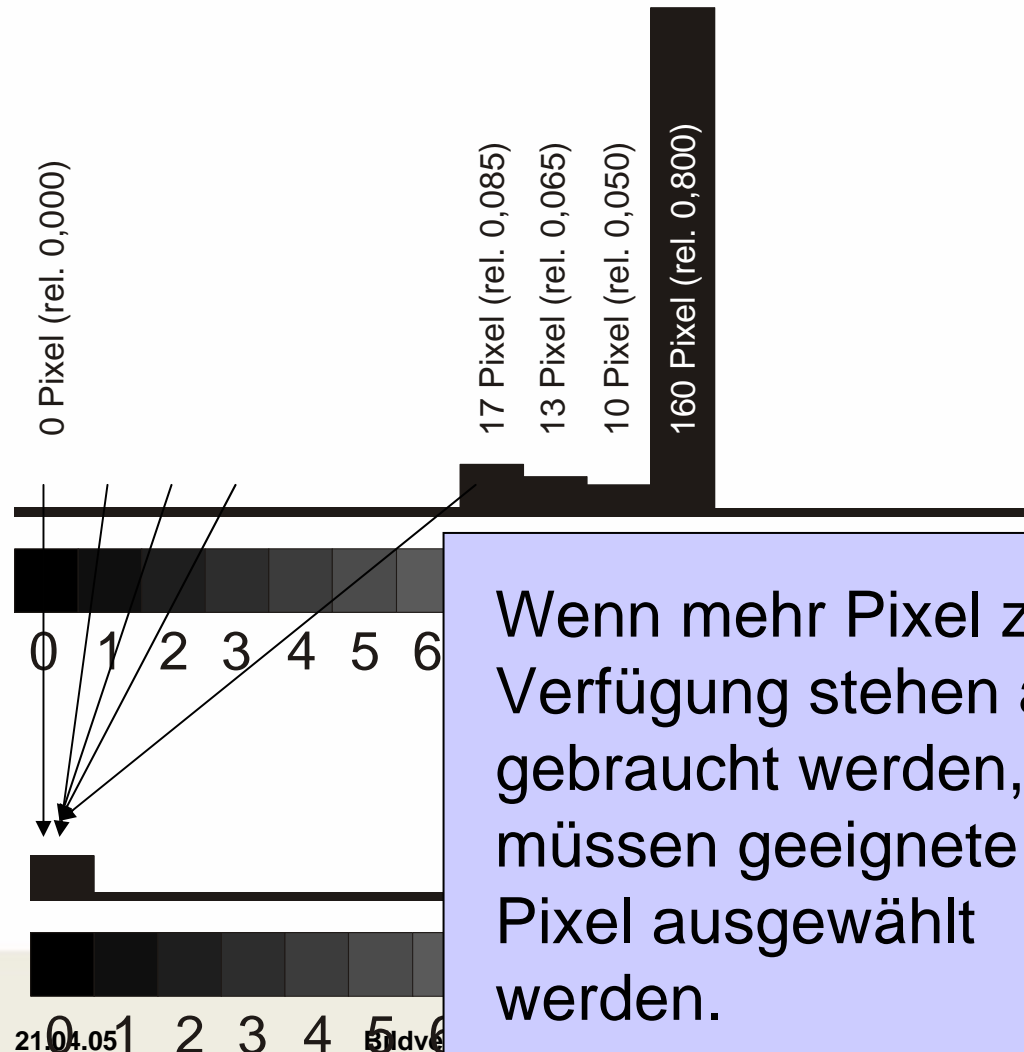
Also einige Graustufen 12 Pixel, Rest 13 Pixel

- 2) Berechnung des original Histogramms

Histogrammgebung

- 3) Auffüllen des neuen Histogramms

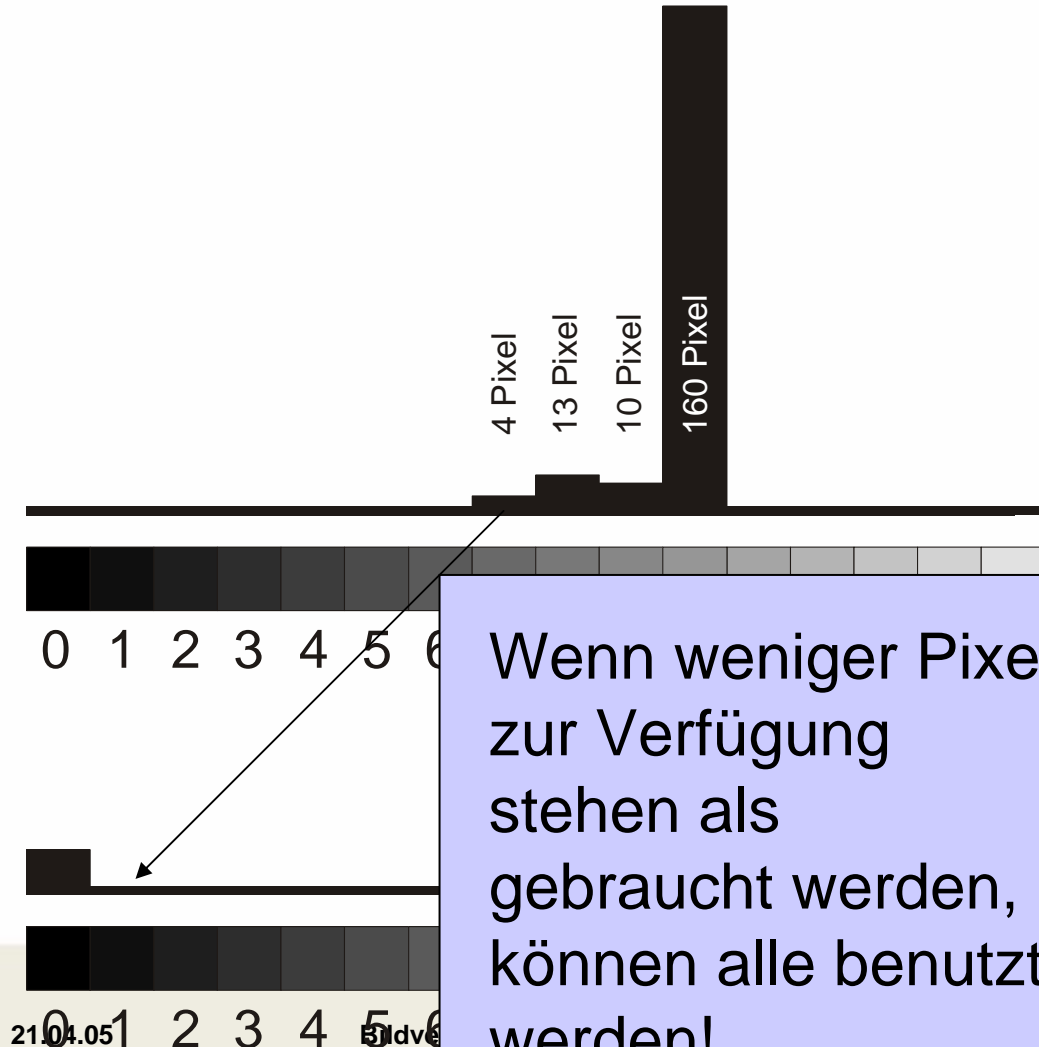
Ich brauche 13 Pixel für meinen neuen Grauwert „0“



Histogrammgebung

- 3) Auffüllen des neuen Histogramms

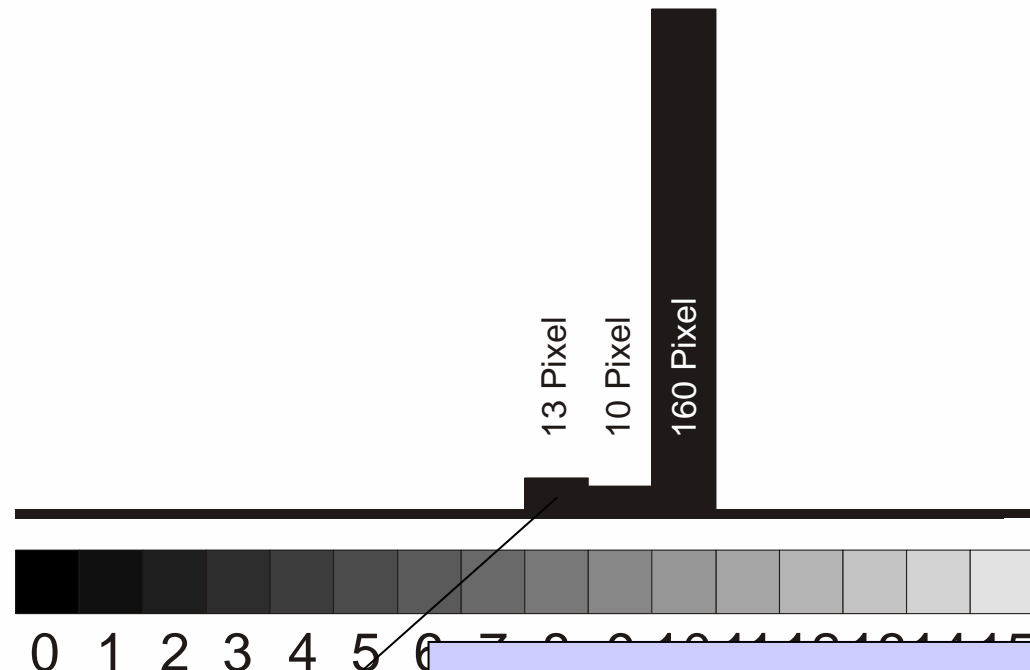
Ich brauche 13 Pixel für meinen neuen Grauwert „1“



Histogrammebnung

- 3) Auffüllen des neuen Histogramms

Es fehlen mir noch 9 Pixel für meinen neuen Grauwert „1“

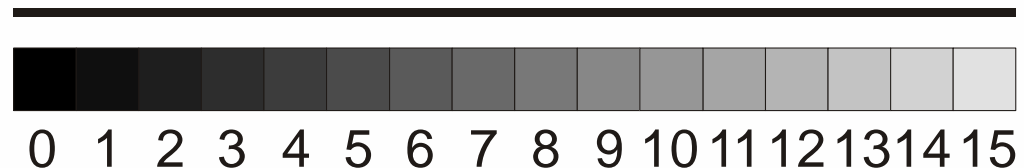


Jetzt müssen wieder geeignete Pixel und ausgewählt werden!

Histogrammebnung

- 3) Auffüllen des neuen Histogramms

Solange weitermachen bis das neue Histogramm vollständig aufgefüllt ist.



Histogrammebnung

Angenommen, im Originalhistogramm gibt es $n=25$ Pixel mit dem Grauwert 6, davon müssen $k=12$ auf den neuen GW 5 gesetzt werden. Wie findet man k geeignete Pixel?

- 1.) Suche alle Pixel mit dem aktuellen Grauwert 6 im Bild (Schleife über das Bild)

Merke zu jedem gefundenen Pixel Position (x, y) und mittleren Grauwert in einer 3×3 Nachbarschaft

6	5	7
5	7	5
6	5	7

- 2.) Sortiere die gefundenen Punkte nach dem mittleren Grauwert und verwende die ersten k Pixel. Setze an den entsprechenden Positionen im Ausgabebild den neuen Wert (hier 5)

$$m = 53 / 9 = 5,89$$

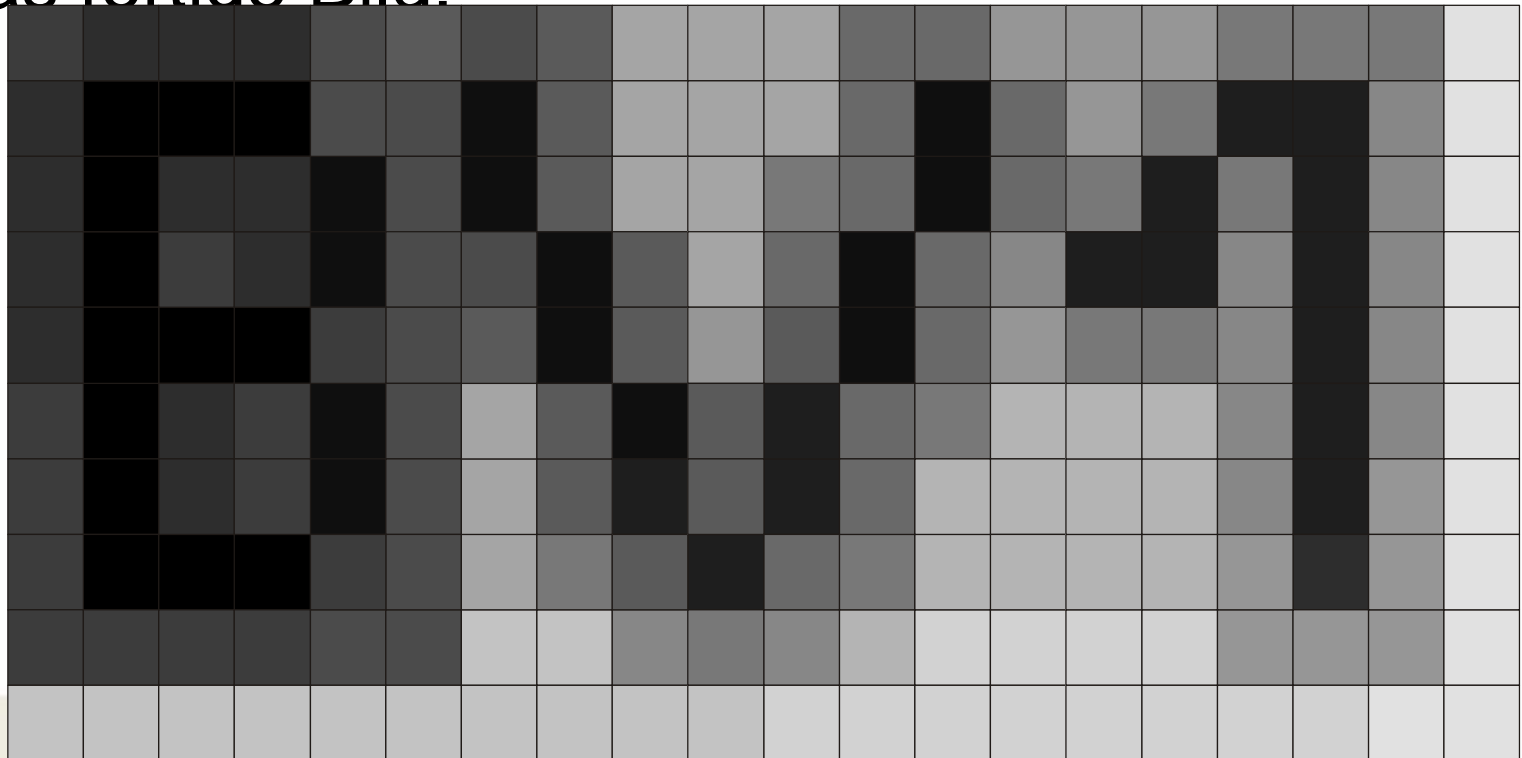
x= 19;	x= 2;	x= 51;	x= 44;	x= 3;
y= 5;	y= 25;	y= 55;	y= 63;	y= 27;
m= 5,89	m= 5,93	m= 5,97	m= 6,01	m= 6,05

Histogrammebnung

- Das fertige Bild:

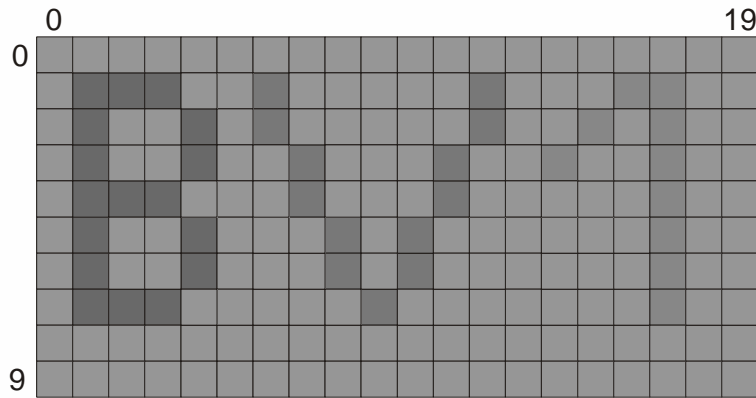
19

0

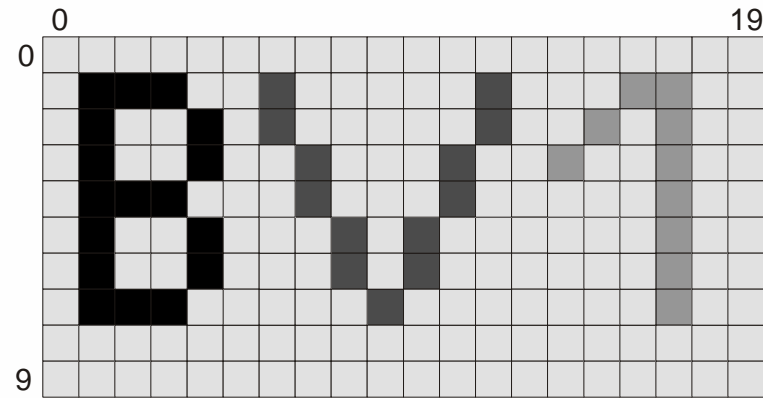


9

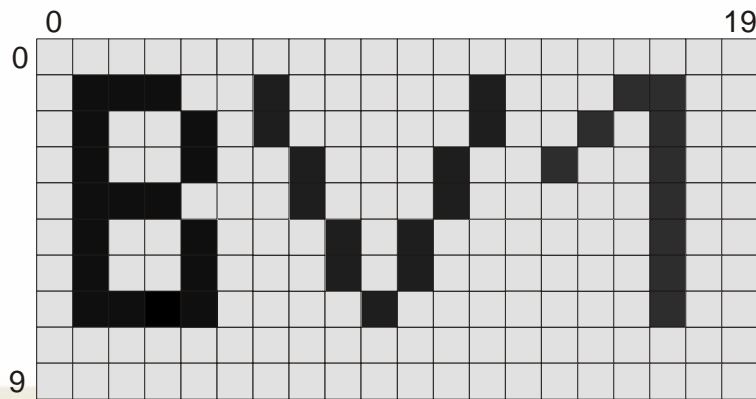
Vergleich der Bilder



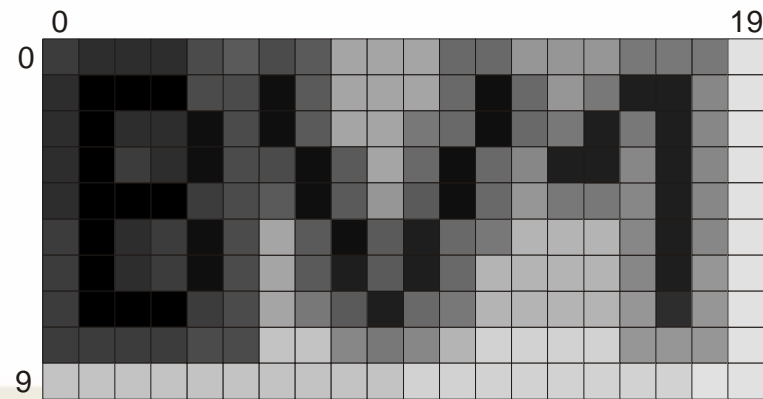
Original



Lineare Skalierung



Relative Summenhäufigkeit




Histogrammgebung

Bildpunktoperationen

- Hintergrundkompensation
 - Bildaufnahme: Bild + überlagertes Hintergrundsignal durch
 - Inhomogenität der Beleuchtung
 - A/D-Wandler
 - Inhomogenität der Vorlage
 - Z.B. Mikroskopie: große Apertur -> kugelförmige Ausleuchtung der Szene
 - Shadingkorrektur
 - Additive oder multiplikative Verknüpfung von Bildmatrix und Shadingmatrix

Bildpunktoperationen

- 
- Shadingmatrix:
 - Aufnahme eines Weißbildes $W(x,y)$, mit
 - Vollständigem Öffnen der Aperturblende und
 - Vollständigen „Hochregeln“ des Lichts
 - Berechnung aus $W(x,y)$ des mittleren Weißwerts \overline{W}
 - Sowie Aufnahme Schwarzbild $S(x,y)$, mit
 - Geschlossener Aperturblende
 - Ohne Licht
 - Berechnung aus $S(x,y)$ des mittlere Schwarzwerts \overline{S}

Bildpunktoperationen

- Multiplikative Shadingkorrektur

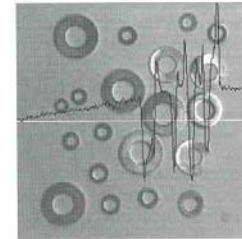
$$A_M(x, y) = E(x, y) \frac{\overline{W}}{W(x, y)} - \overline{S}$$

- Additive Shadingkorrektur

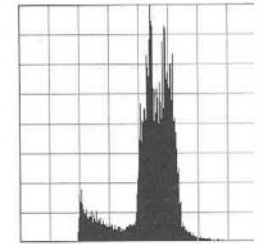
$$A_A(x, y) = E(x, y) - W(x, y) + \overline{W} - \overline{S}$$

Bildpunktoperationen

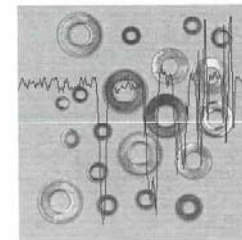
- (globale) Berücksichtigung aller Hintergrundfehler der Bilderfassung
 - Ausgleichen von Beleuchtungsunterschieden
 - Inhomogenitäten bei der Bilderfassung
- Evtl. Shadingmatrix „vorher“ glätten wg. Schmutzpartikel



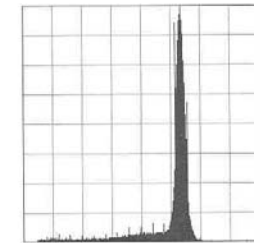
(A)



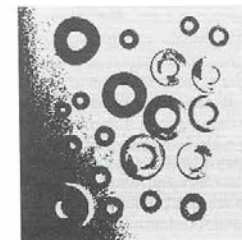
(B)



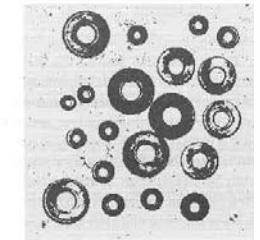
(C)



(D)



(E)



(F)

[Abmayr 94], S. 166

Bildpunktoperationen / Geometrische Transformationen

- Ortskoordinatentransformation notwendig bei
 - Vergleich von unterschiedlich großen Bildern
 - Abbildungsfehlern
 - Bildverzerrungen
- Operationen
 - Translation (Verschiebung von Bildern)
 - Skalierung (Vergrößerung/-kleinerung von Bildern)
 - Rotation (Drehung von Bildern)

Bildpunktoperationen / Geometrische Transformationen

- Interpolationsverfahren *Exkurs*
 - Rundung auf nächsten Wert (nearest-neighbor-resampling)
 - Bilineare Interpolation: Neuer GW $A(x', y')$ als gewichteter Mittelwert von vier benachbarten Bildpunkten

$$A(x', y') = g_1 E(x, y) + g_2 E(x, y + 1) \\ + g_3 E(x + 1, y) + g_4 E(x + 1, y + 1)$$

- Durch g_1 bis g_4 Berücksichtigung der Lage des neuen Punktes bzgl. der Nachbarpunkte

Bildpunktoperationen / Geometrische Transformationen

- Transformation in 2D
 - Versetzung des Ursprungs
 - Skalenänderung und
 - Rotation der Achsen
- Weitere Transformationen als Kombination der drei obigen
- Affine Transformationen (lineare Algebra)
- Bildpunktoperationen

Bildpunktoperationen / Geometrische Transformationen

- 3x3 Matrizen für 2D-Transformation

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad S = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}$$

- Ein Bildpunkt $E(x,y)$ hat (x,y) bzgl. eines Koordinatensystems und (x',y') bzgl. eines neuen Koordinatensystems

Bildpunktoperationen / Geometrische Transformationen

- Als homogene Koordinaten (in Spaltenvektorschreibweise)

$$E = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad E' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Neue Koordinatenwerte durch lineare Kombinationen der alten Werte mit den Koeffizienten der Transformationsmatrix

$$\begin{aligned} x' &= P_{11} \cdot x + P_{12} \cdot y + P_{13} \\ y' &= P_{21} \cdot x + P_{22} \cdot y + P_{23} \\ 1 &= P_{31} \cdot x + P_{32} \cdot y + P_{33} \end{aligned}$$

Bildpunktoperationen / Geometrische Transformationen

- Transformiertes Koordinatenpaar (x', y') (in Spaltenform) durch Multiplikation eine Matrix mit einem Spaltenvektor (alte Koordinaten)

$$E' = P \cdot E$$

- Translation
 - Verlegung des Ursprungs um/auf $-t_x, -t_y$
 - Achsenverlauf bleibt erhalten
 - Keine Skalierung

$$\begin{aligned} x' &= 1 \cdot x + 0 \cdot y - t_x \\ y' &= 0 \cdot x + 1 \cdot y - t_y \end{aligned} \quad T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -t_x \\ 0 & 1 & -t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bildpunktoperationen / Geometrische Transformationen

➤ Skalierung

- Achsenverlauf und Ursprung bleiben erhalten
- Skalierung der Achsen mit S_x bzw. S_y

$$x' = S_x \cdot x + 0 \cdot y + 0$$

$$S = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

➤ Rotation

$$y' = 0 \cdot x + S_y \cdot y + 0$$

- Skalierung und Ursprung bleiben erhalten
- Veränderung der Achsenrichtung um Winkel Φ

$$x' = \cos \Phi \cdot x + \sin \Phi \cdot y + 0$$

$$y' = -\sin \Phi \cdot x + \cos \Phi \cdot y + 0$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi & 0 \\ -\sin \Phi & \cos \Phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bildpunktoperationen / Geometrische Transformationen

- Kombination
 - Translation und Rotation durch Matrizenmultiplikation

$$M_{RT} = R \cdot T$$

- Inverse Transformation

$$M_{TR}^{-1} = T^{-1} \times R^{-1}$$

umgekehrte Reihenfolge der Einzeltransformationen

Lokale Graubildoperationen

Exkurs

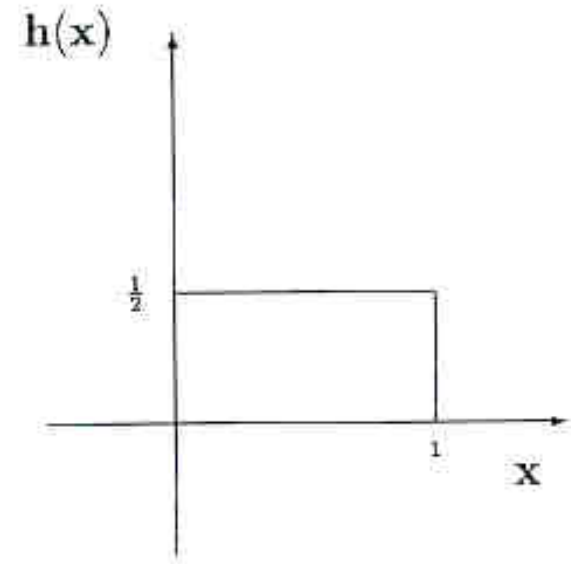
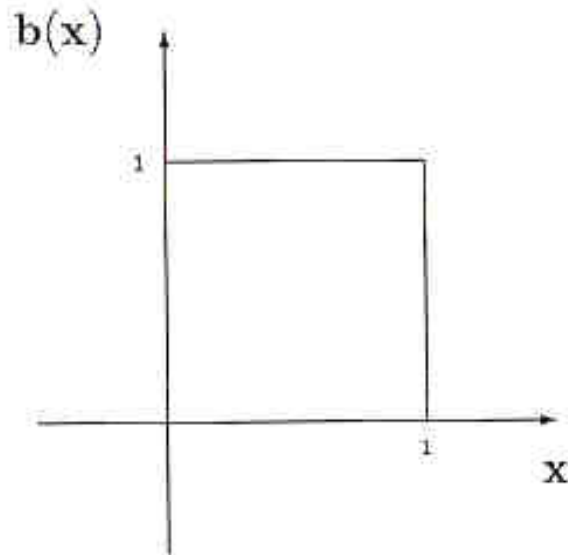
- Faltung zweier Signale (physikalisches Konzept)
- Faltungsintegral $f(x)$ definiert durch folgende Beziehung

$$f(x) = \int_{\xi=-\infty}^{\infty} b(\xi)h(x-\xi)d\xi = b(x) * h(x)$$

$f(x)$ ist das Faltungsprodukt der Funktionen $b(x)$ und $h(x)$

Lokale Graubildoperationen

Exkurs



[Abmayr 94], S. 70

Lokale Graubildoperationen

- 1D Fall: Faltung zweier Rechtecksignale

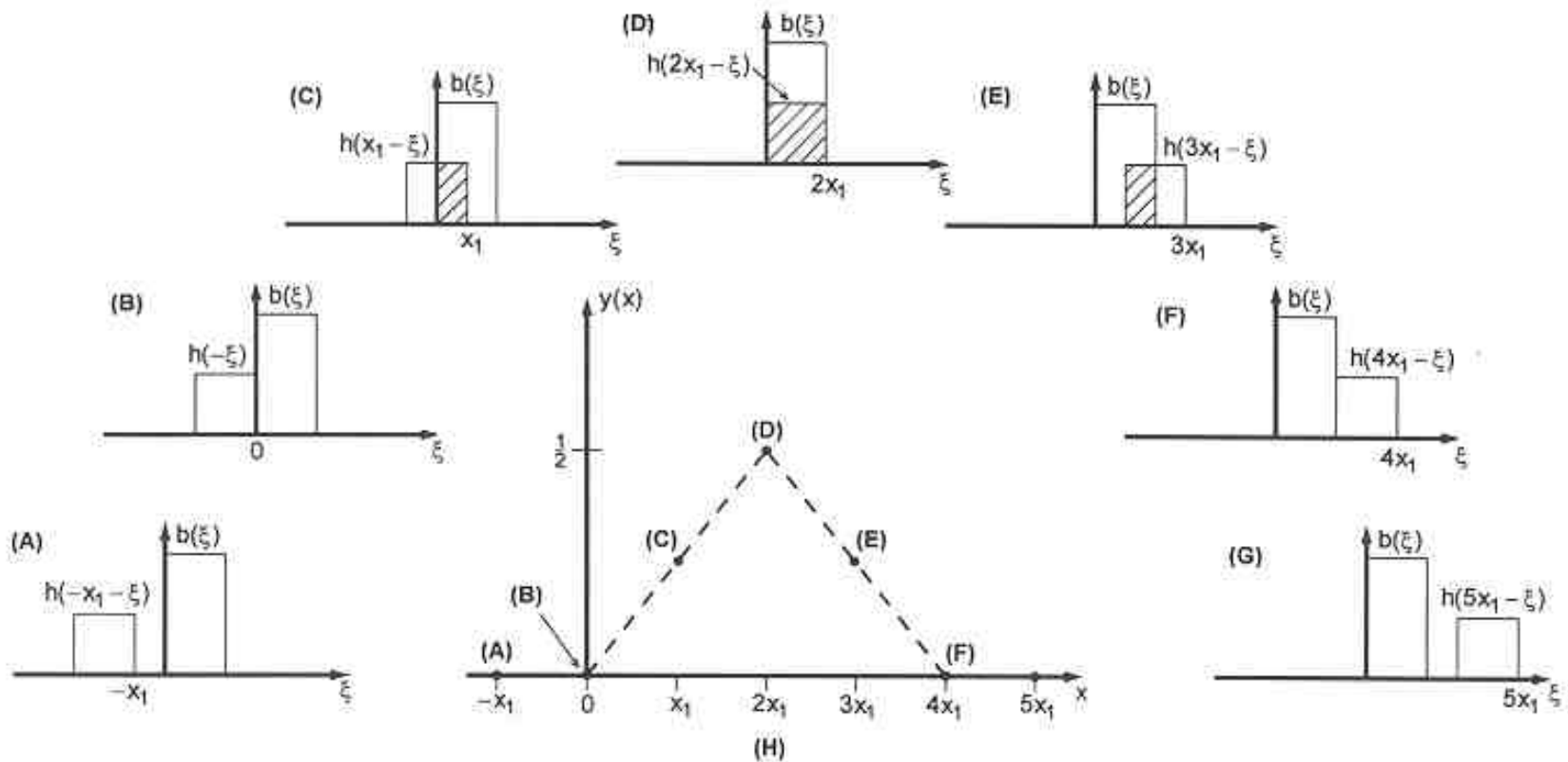
Exkurs

ToDo

- Spiegelung der Funktion $h(\xi)$ an der Ordinatenachse $\rightarrow h(-\xi)$
 - Verschieben von $h(\xi)$ um $x \rightarrow h(x - \xi)$
 - Multiplikation der verschobenen FKT $h(x - \xi)$ mit $b(x)$
 - Integration der Flächen unter dem Produkt $h(x - \xi)b(x)$
- Ergebnis ist der Wert des Faltungsintegrals am Ort x

Lokale Graubildoperationen

Exkurs



[Abmays 94], S. 71

Lokale Graubildoperationen

Exkurs

Diracfunktion $\delta(x)$, mit
Auftreffstelle gleich ∞ sonst 0

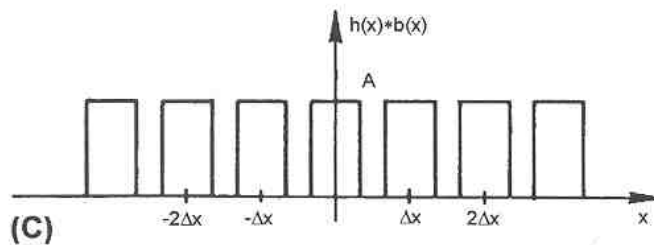
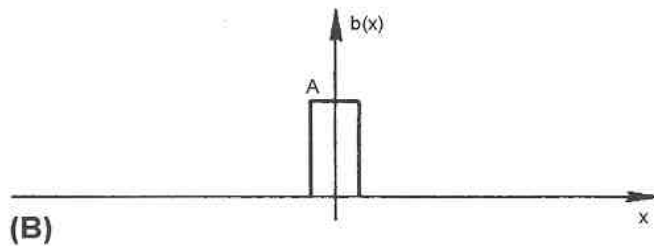
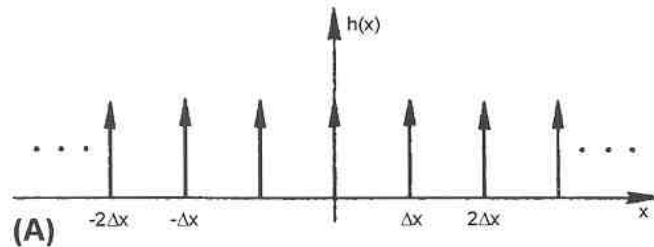
$$\int_{\xi=-\infty}^{\infty} \delta(\xi) d\xi = 1$$

es gilt :

$$f(x) = b(x) * \delta(x)$$

$$= \int_{\xi=-\infty}^{\infty} b(\xi) \delta(x - \xi) d\xi = b(x)$$

[Abmayr 94], S. 72



Lokale Graubildoperationen

- 2D Fall (diskret):
 - Berechnung eines neuen Ausgangsbildes $A(x,y)$ unter Einbeziehung einer (bestimmten) lokalen Umgebung des Eingangsbildes $E(x,y)$
 - Berechnung wird alle Punkte in gleicher Weise angewendet (homogene Verknüpfungsoperation)
 - Ist Operation auch noch linear, dann lineare, homogene Operation => *Faltung*

Lokale Graubildoperationen

Ein Beispiel:

8	5	4	6	8	10	13	11
5	5	5	6	11	14	14	14
5	3	7	5	12	15	13	12
5	5	5	8	15	17	14	13
4	5	12	18	20	16	17	16
8	14	16	20	18	20	15	21
13	22	20	18	17	18	22	27
21	21	18	20	20	25	30	32

Bild E

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Matrix C

Zelle A_{22}

	47	46	64	87	110	116	
	45	49	74	103	125	126	
	51	68	102	126	139	133	
	74	103	132	152	152	149	
	114	145	159	165	163	172	
	153	169	167	176	185	210	

Bild A

Lokale Graubildoperationen

$$A_{22} = C_{11}E_{11} + C_{12}E_{12} + C_{13}E_{13} + \\ C_{21}E_{21} + C_{22}E_{22} + C_{23}E_{23} + \\ C_{31}E_{31} + C_{32}E_{32} + C_{33}E_{33}$$

In Zahlen:

$$A_{22} = 1 \times 8 + 1 \times 5 + 1 \times 4 + \\ 1 \times 5 + 1 \times 5 + 1 \times 5 + \\ 1 \times 5 + 1 \times 3 + 1 \times 7 \\ = 47$$

Übliche Schreibweise
einer 2D-Faltung:

$$A = C ** E$$

allg. Gleichung einer
2D-Faltung (diskret):

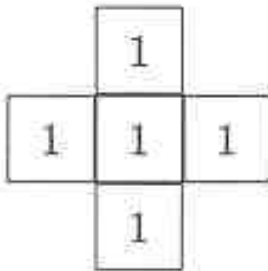
$$A(x, y) = c_1 \sum_{i=-k}^k \sum_{j=-l}^l C(i, j) E(x-i, y-j) + c_0$$

Lokale Graubildoperationen

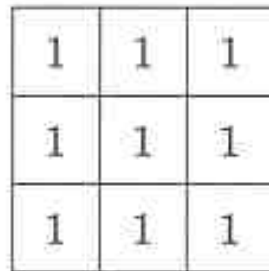
- Randproblem
 - Weglassen der Randpunkte. Bei Filtergröße $(2k+1) \times (2k+1)$ entsteht k -breiter Rand
 - Rand des alten Bildes in das neue kopieren
 - „Spiegeln“ der „neuen“ Randwerte
 - Periodische Fortsetzung des Bildes -> periodisches Bildsignal
 - ...

Lokale Graubildoperationen

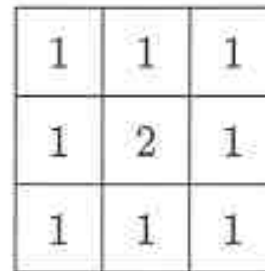
- Glättungsfiler
 - Unterdrücken von hohen Frequenzen oder
 - Unterdrücken von Bildunebenheiten



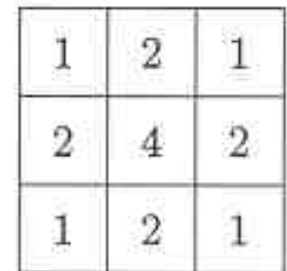
(A)



(B)



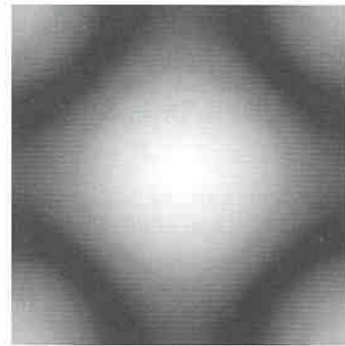
(C)



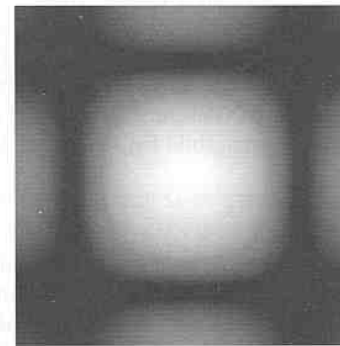
(D)

[Abmayr 94], S. 184

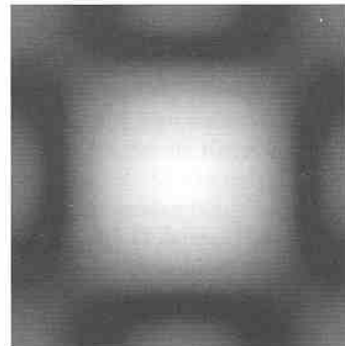
Lokale Graubildoperationen



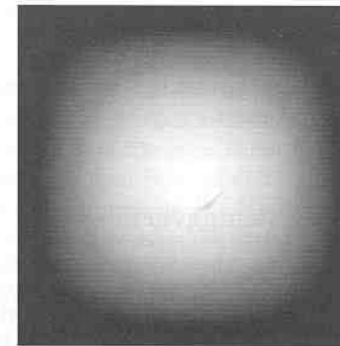
(A)



(B)



(C)



(D)

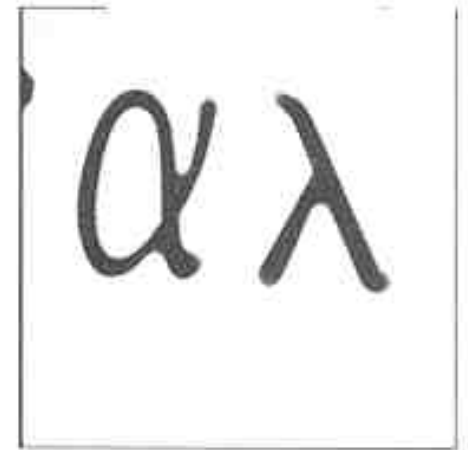
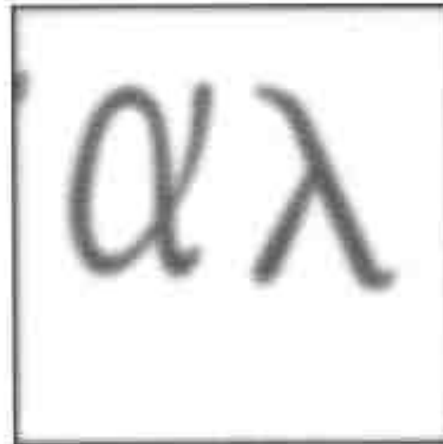
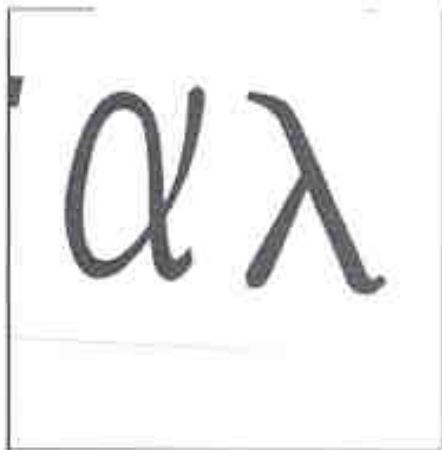
[Abmayr 94], S. 184

Lokale Graubildoperationen

- Glättungsfilter
 - Median-Filter (nicht-linear)
 - Rangfolge der GW bestimmt GW des Bezugspunktes
 - I.d.R. der jeweils mittlere Wert (nach Sortierung)
 - „kantenerhaltend“
 - Gut geeignet um z.B. Salz/Pfeffer-Rauschen zu eliminieren

Lokale Graubildoperationen

Vergleich: Gauß vs. Median



[Abmayr 94], S. 186