Überblick

- Merkmalsextraktion?
  - geometrische Merkmale
  - densitometrische Merkmale
  - Texturmerkmale (statistische Merkmale)
  - Farbmerkmale
- Klassifikation
  - Distanzfunktionen
  - Diskriminantenfunktionen
  - Wahrscheinlichkeiten

Merkmalsextraktion/Merkmale

- Autom. Erkennung von Bildern/Objekten
- => Verfahren zur sog. Merkmalsextraktion
- Quantitative/qualitative Aussagen über Bildinhalte
- Einordnung von Objekten in Kategorien/Klassen
- Merkmale - Komprimierte Form von Bildinformation

Merkmalsextraktion

- Prozess der
  - Merkmalsextraktion
  - Informationsverarbeitung und
  - „Entscheidungsfindung“ (Klassifikation)

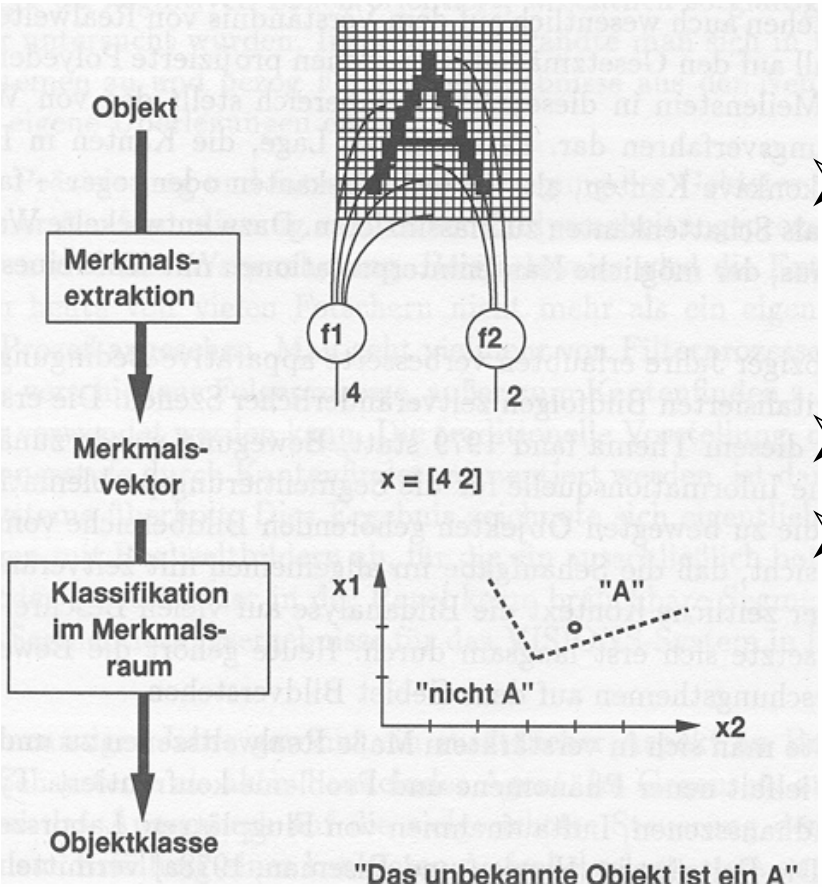
  in Lebewesen (rel. einfach) vs. Maschine (problematische technische Umsetzung)

Merkmalsextraktion

- Unterschiede (Lebewesen – Maschine) in
  - Erkennungsleistung
  - Erkennungsgeschwindigkeit

Art der Leistung	Lebewesen	Maschine
Quantitative Bestimmnung von z.B. GW, Größen	subjektiv, ungenau, relativ	Objektiv, präzise
Objektzählen	Durch Ermüdung Fehler, langsam	Keine Ermüdung, schnell, genau
Wiedererkennung von Objekten in unterschiedl. Szenen	Rel. große Wieder-erkennungsleistung (auch bei verrauschten Daten!)	Objektklassifikation eher problematisch

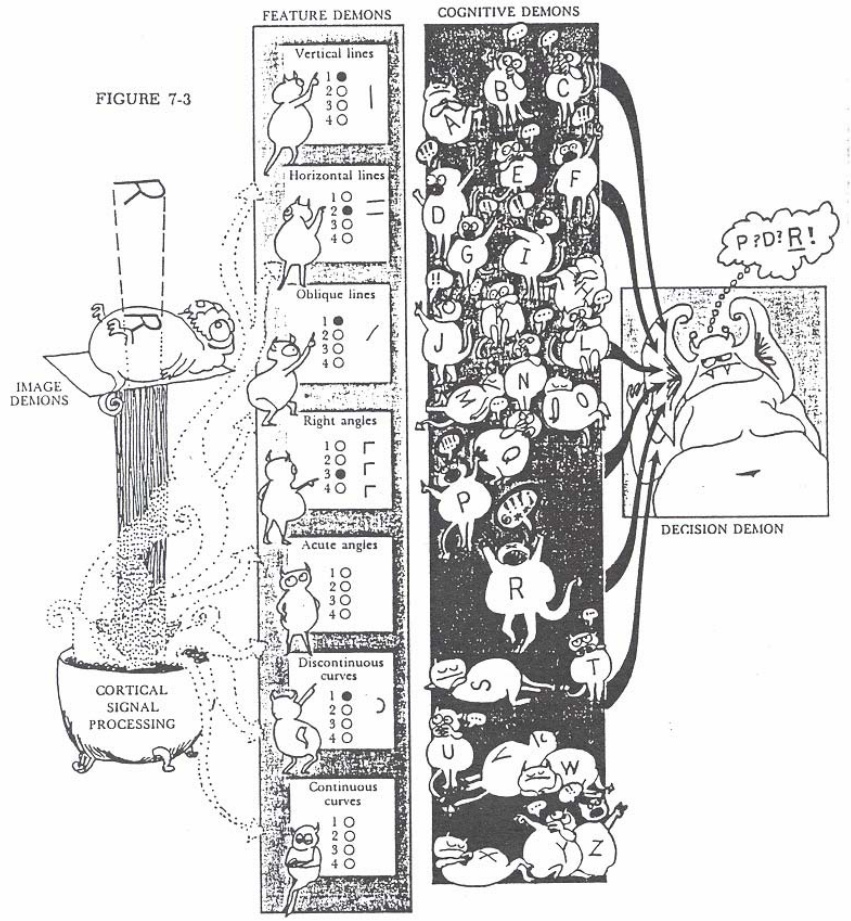
Merkmalsextraktion



- Selfridge Vision von „Augen und Ohren für den Rechner“ (1955)
- Zeichenerkennung
- Paradigma der Mustererkennung

[Neumann 95]

Merkmalsextraktion

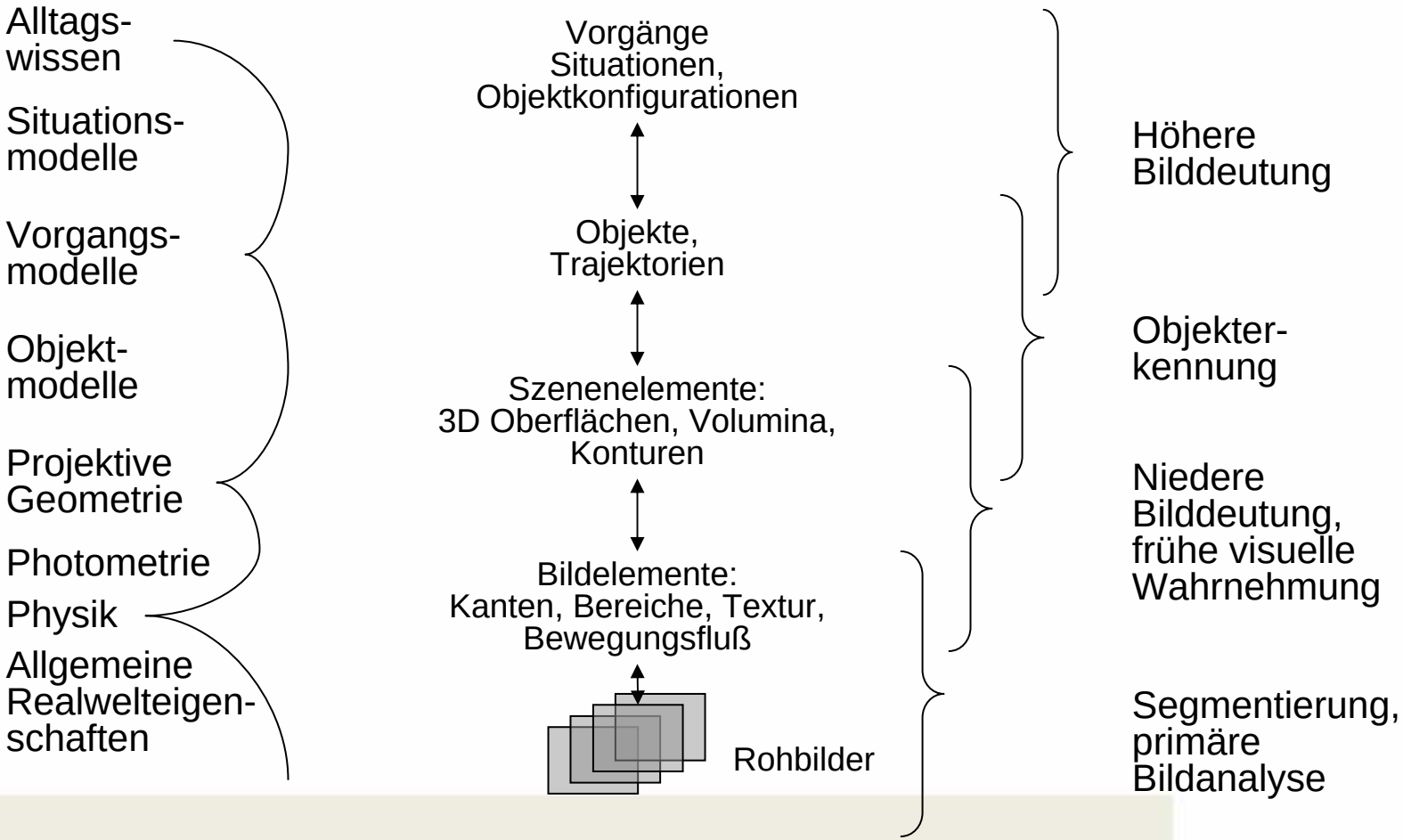


- Selfridge‘s Pandämonium 1958

[Lindsay & Norman 77]

Konzeptueller Rahmen eines Bildverstehenden Systems

Nach [Neumann 95]



Merkmalsextraktion

- Geometrische Merkmale (Binärbild)
  - Fläche F: Zählen der Bildpunkte, die zum Objekt gehören

$$F = \sum_{x=1}^{M} \sum_{y=1}^{N} E(x,y) \quad \text{für} \quad E(x,y) = \{0,1\}$$

  - Umfang U: Zählen der Umfangspunkte
    - Umfangstransformation

$$A = (E \oplus X) / E$$

    - Zahl der Umfangspunkte („Kantenpunkte“):

$$U = \sum_{x=1}^{M} \sum_{y=1}^{N} A(x,y) \quad \text{für} \quad A(x,y) = \{0,1\}$$

Merkmalsextraktion

- Geometrische Merkmale (Binärbild)
  - Umfang etwas genauer aus dem Kettencode:
    - Direkte Nachbarn : 1
    - Andere Nachbarn : $\sqrt{2}$
  - Formfaktor V_{U2F}: Verhältnis von Umfang U^2 zu Fläche F:

$$V_{U2F} = \frac{U^2}{4\pi F}$$

    - Bei Kreis ist $V_{U2F} = 1$
    - Bei sehr zerklüfteten Objekten wird V_{U2F} größer

Merkmalsextraktion

- Geometrische Merkmale (Binärbild)
  - Formfaktor zwischen Innen- und Außenkreis um geometrischen Schwerpunkt:

$$V_{RAD} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}}$$

  - Geometrischer Schwerpunkt (x_s, y_s):

$$x_s = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{F} x_i \quad \text{bzw.} \quad y_s = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{F} y_i$$

x_i und y_i als x,y-Koordinaten der Pixel des jeweiligen Objektes mit Fläche F

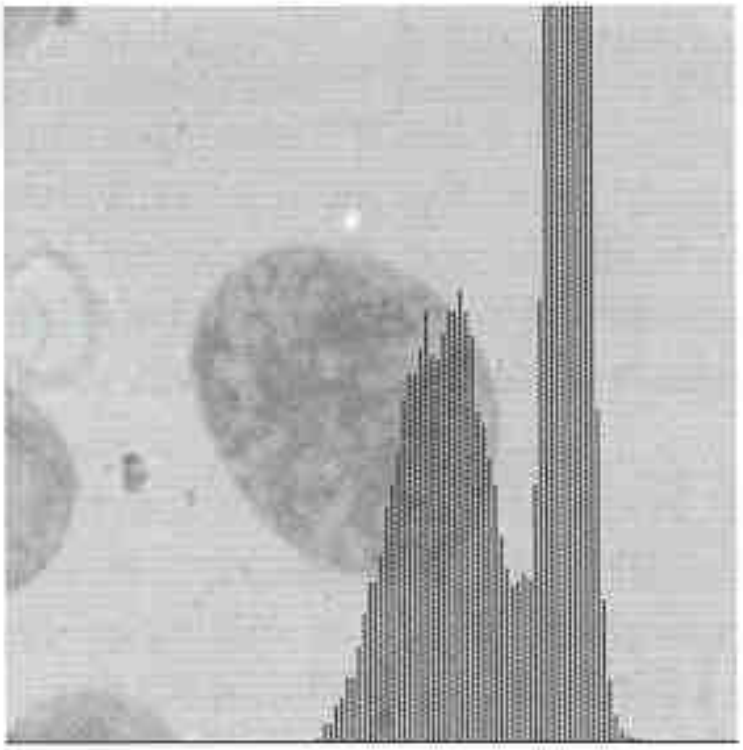
Merkmalsextraktion

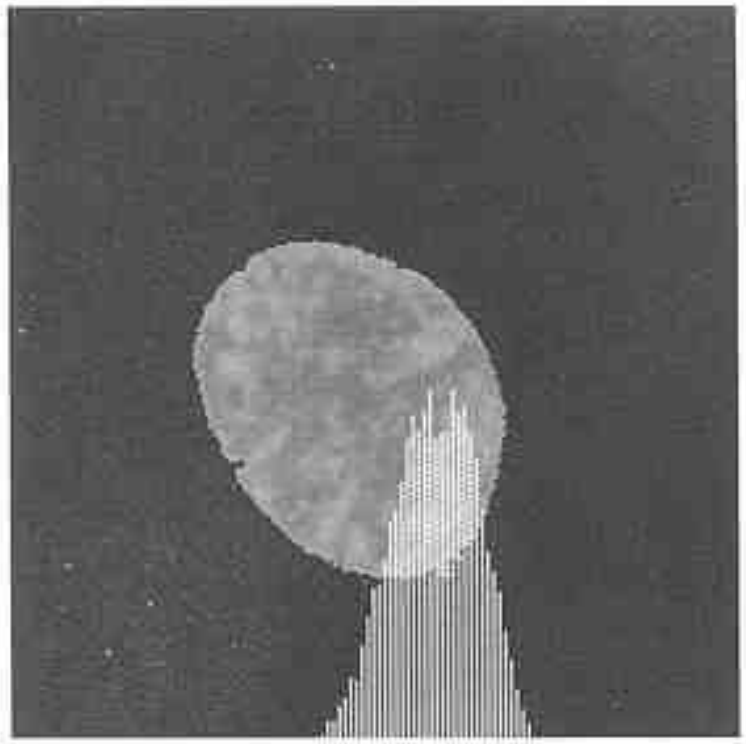
- densitometrische Merkmale
  - Auch: photometrische Merkmale
  - Werden aus GW-Verteilung gewonnen
    - Einzelnes Objekt
    - Gesamtes Bild
  - Nach Segmentierung Berechnung von Histogrammen für einzelnen Objekte
  - Bildpunkte außerhalb des jeweiligen Objektes werden auf Null gesetzt (Maskenbild!)

Merkmalsextraktion

- Original- und Maskenbild

[Abmayr 94], S. 257





Merkmalsextraktion

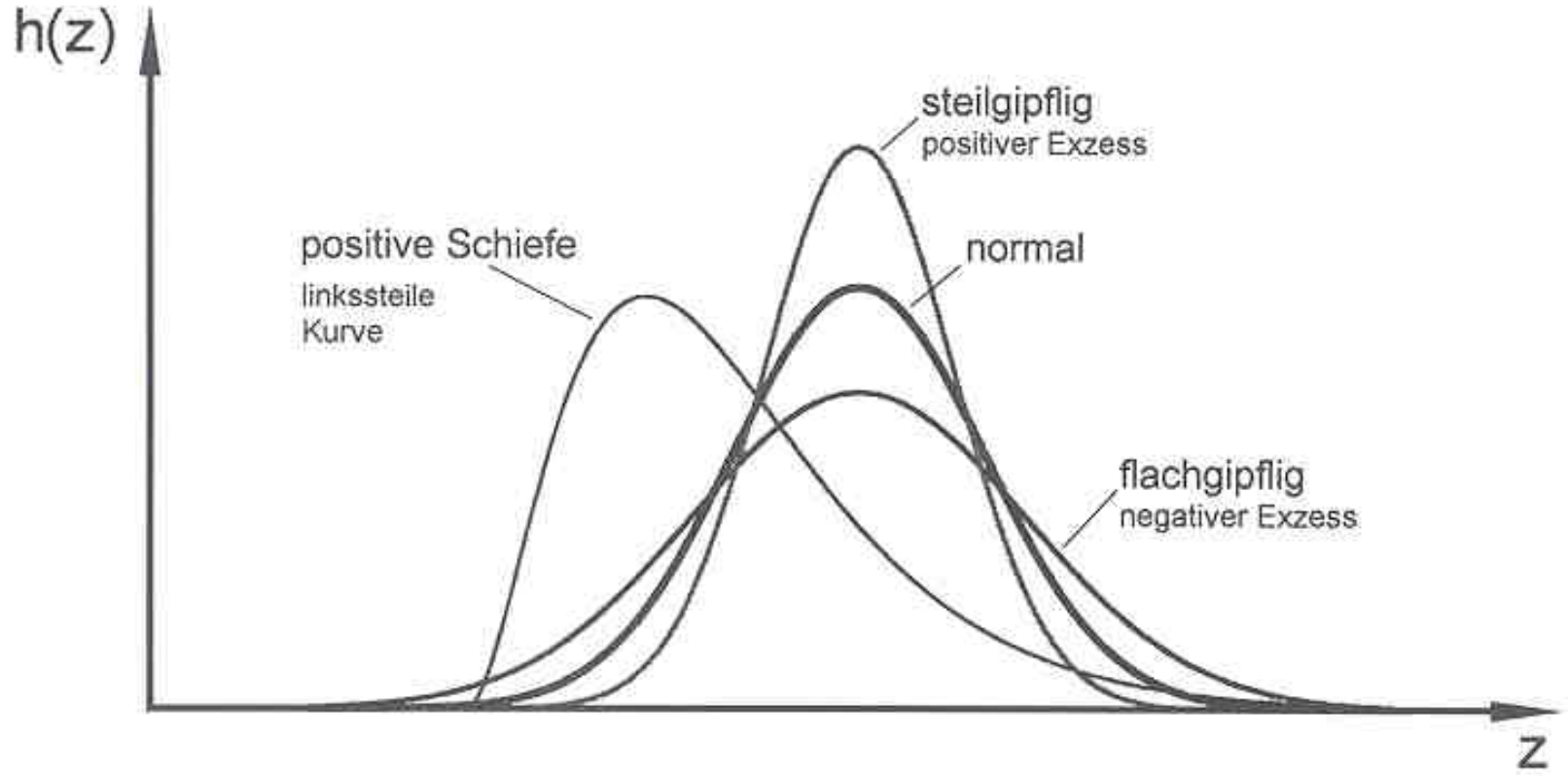
- Aus der rel. Häufigkeitsverteilung können
  - Mittelwert $\bar{x} = \sum_{x=x_u}^{x_o} x \cdot h(x)$
  - Streuung $\sigma^2 = \sum_{x=x_u}^{x_o} (x-\bar{x})^2 \cdot h(x)$
  - Schiefe $M_3 = \sum_{x=x_u}^{x_o} (x-\bar{x})^3 \cdot h(x)$ $\quad M_3' = M_3 / \sqrt{M_2}^3$
  - Exzess $M_4 = \sum_{x=x_u}^{x_o} (x-\bar{x})^4 \cdot h(x)$ $\quad M_4' = \left(M_4 / M_2^2 \right) - 3$

berechnet werden

Merkmalsextraktion

- Histogrammformen

[Abmayr 94], S. 258



Merkmalsextraktion

- (Texturmerkmal) Kontrast
  - Allgemeine Definition [Abmayr 94]:

$$K = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\max} + B_{\min}}$$

B_{min} und B_{max} sind dunkle und helle Bildelemente

Merkmalsextraktion

- Texturmerkmal Kontrast
  - Distanz (Ortsfrequenz/Bildpunktperiode) hat auch Einfluss
  - Daher Berechnung des Kontrastes mit Verhältnis von Varianz zu Mittelwert bzgl. Fenster F (k Spalten, l Zeilen)

$$K_F = \frac{\sigma_F^2(x,y)}{\bar{z}_F(x,y)}$$

Merkmalsextraktion

- Texturmerkmal Kontrast

$$\bar{z}_F(x,y) = \frac{1}{kl} \sum_{i=-\frac{k}{2}}^{\frac{k}{2}} \sum_{j=-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} E(x+i, y+j)$$

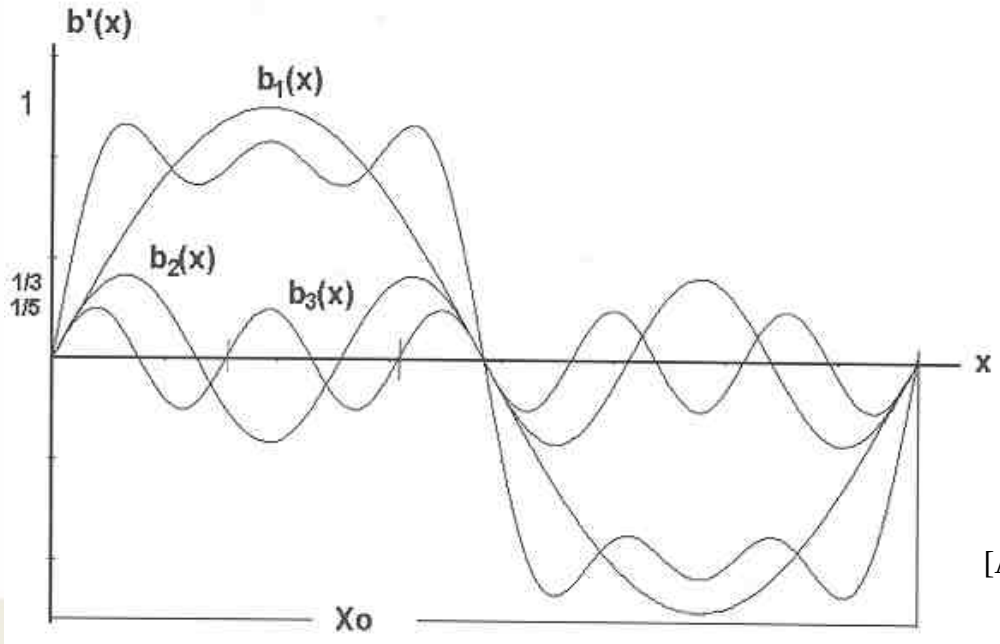
$$\sigma_F^2(x,y) = \frac{1}{kl-1} \sum_{i=-\frac{k}{2}}^{\frac{k}{2}} \sum_{j=-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left(E(x+i, y+j) - \bar{z}_F(x,y)\right)^2$$

  - Deutung:
    - Keine Streuung, dann kein Kontrast
    - K_F < 1 -> kontrastarm, K_F > 1 -> kontrastreich

Merkmalsextraktion

Exkurs

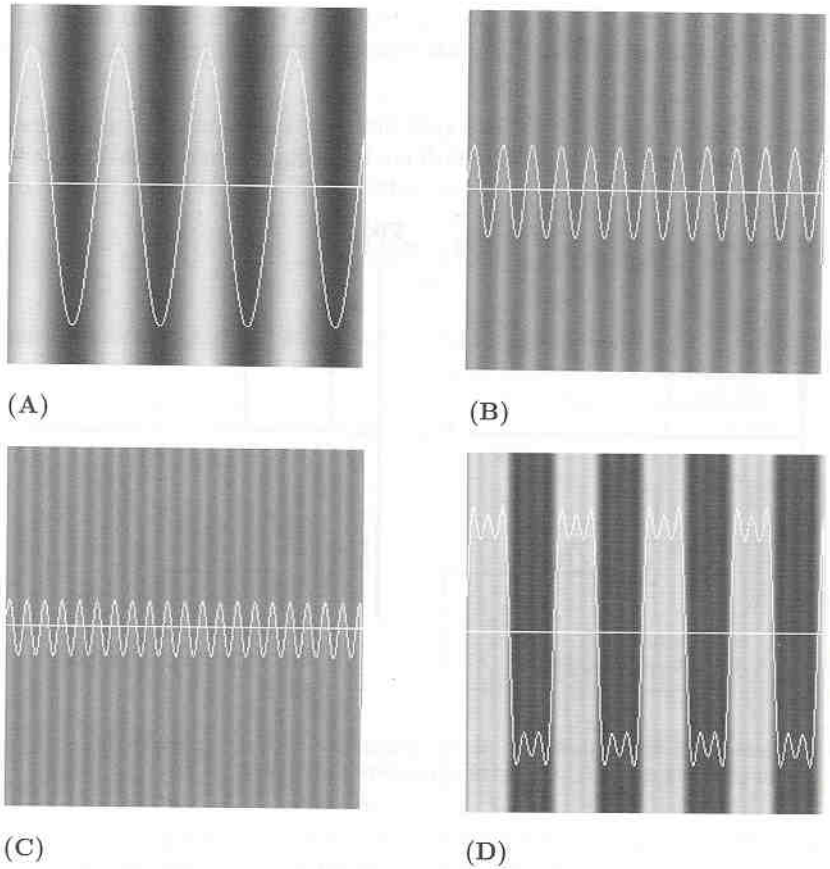
- Frequenzmerkmale (Fourier)
  - Analyse von periodischen Signalen (bzgl. ihrer sinusoidalen Schwingungsanteile)



[Abmayr 94], S. 62

Merkmalsextraktion

Exkurs



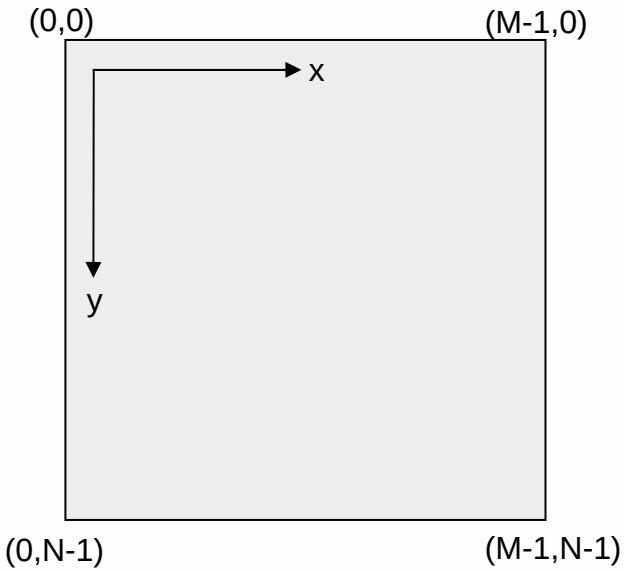
- Frequenzmerkmale (Fourier)
  - Synthese eines Rechtecksignals durch Sinusschwingungen

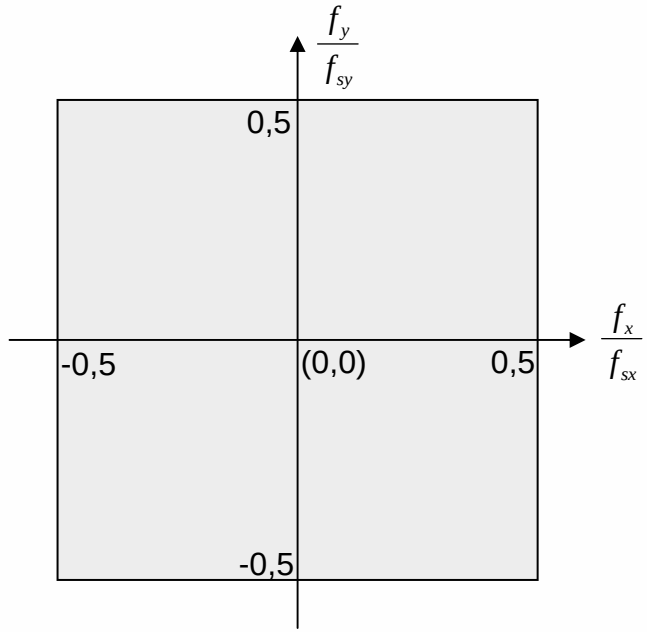
[Abmayr 94], S. 63

Merkmalsextraktion

Exkurs

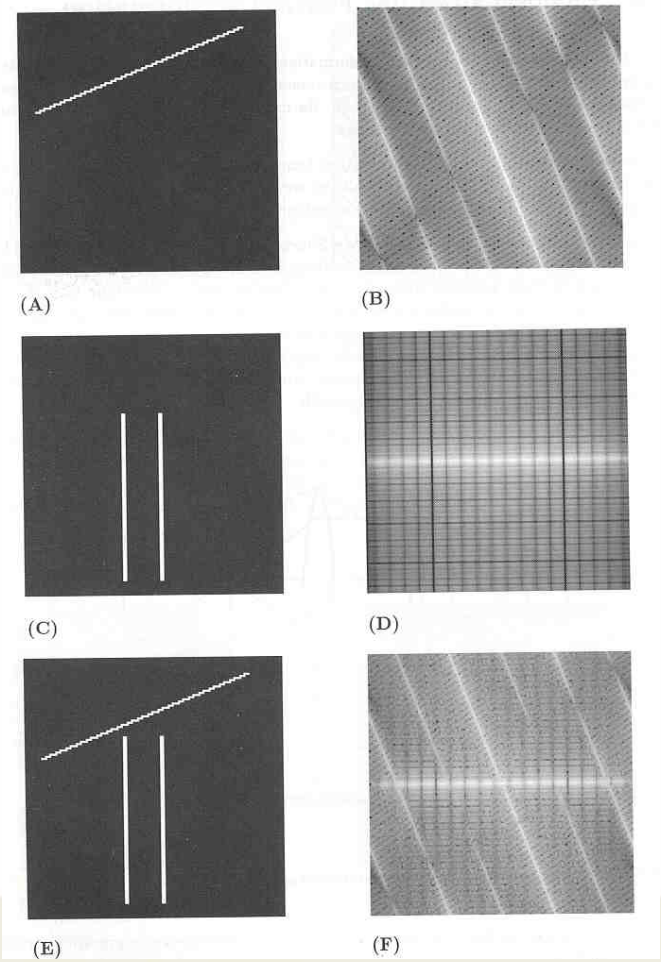
- Frequenzmerkmale (Fourier)
  - Darstellung von Bilder im Frequenzraum





Merkmalsextraktion

Exkurs

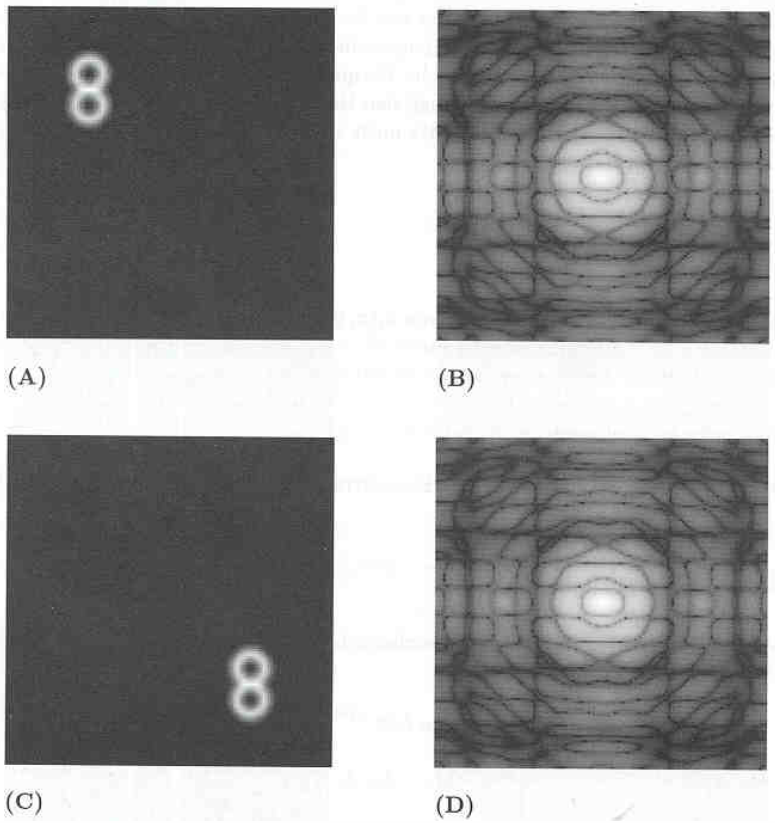


- Eigenschaften FT
  - Linearität
  - Superpositionsprinzip
    - A) Ortsbild 1
    - B) Powerspektrum von 1
    - C) Ortsbild 2
    - D) Powerspektrum von 2
    - E) Summe 1+2
    - F) Summe B)+D)

[Abmayr 94], S. 78

Merkmalsextraktion

Exkurs

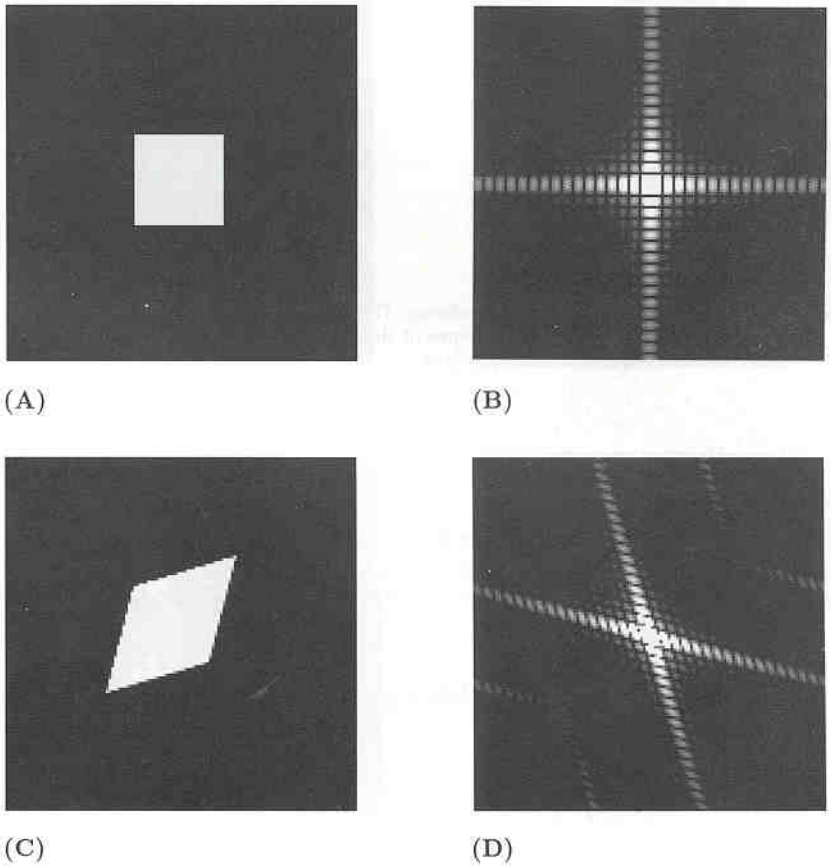


- Eigenschaften FT
  - Verschiebungsinvarianz
    - A) Ortsbild 1
    - B) Powerspektrum von 1
    - C) Ortsbild 2
    - D) Powerspektrum von 2

[Abmayr 94], S. 80

Merkmalsextraktion

Exkurs



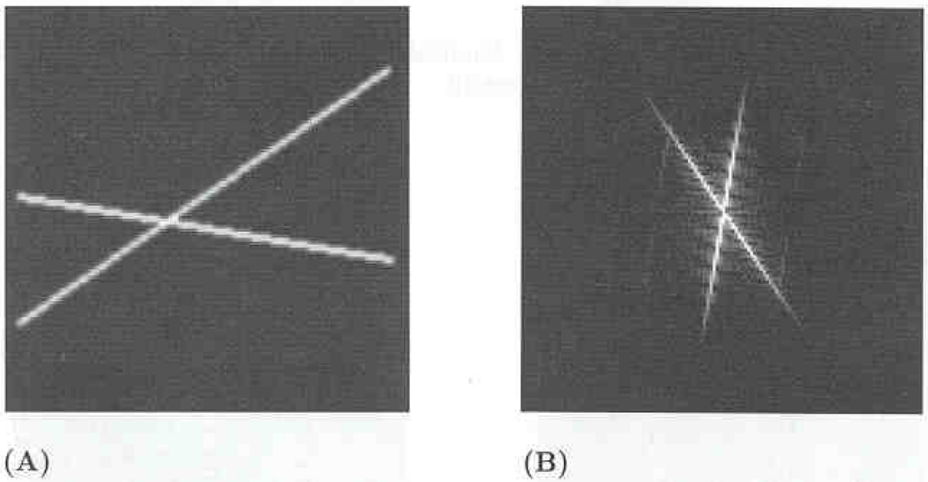
- Eigenschaften FT
  - Ähnlichkeit
    - A) Ortsbild 1
    - B) Frequenzspektrum von 1
    - C) Ortsbild 2
    - D) Frequenzspektrum von 2

[Abmayr 94], S. 81

Merkmalsextraktion

Exkurs

- Eigenschaften FT
  - Drehung
    - Winkel bleibt erhalten

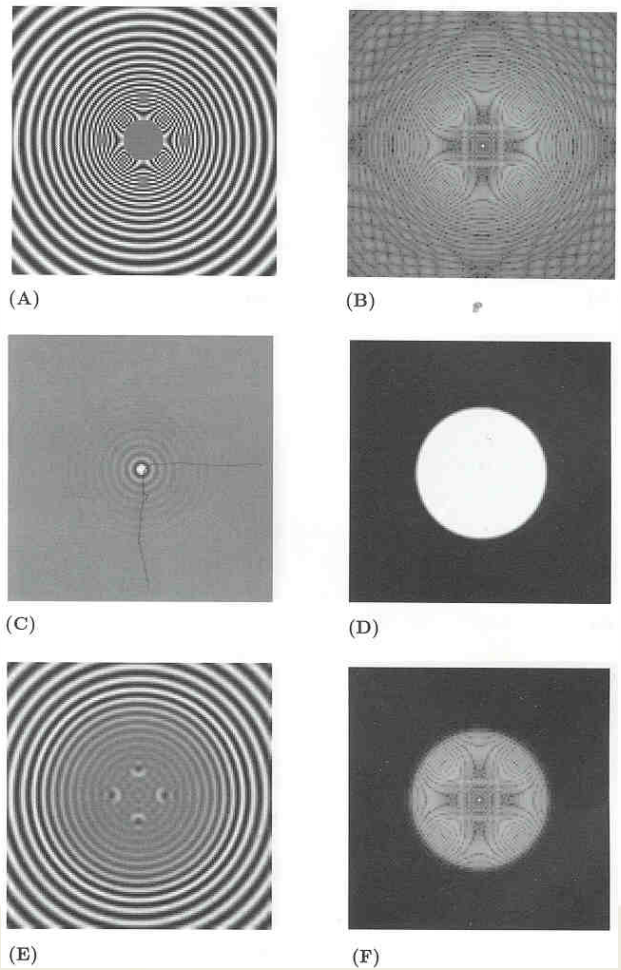


(A) (B)

[Abmayr 94], S. 82

Merkmalsextraktion

Exkurs



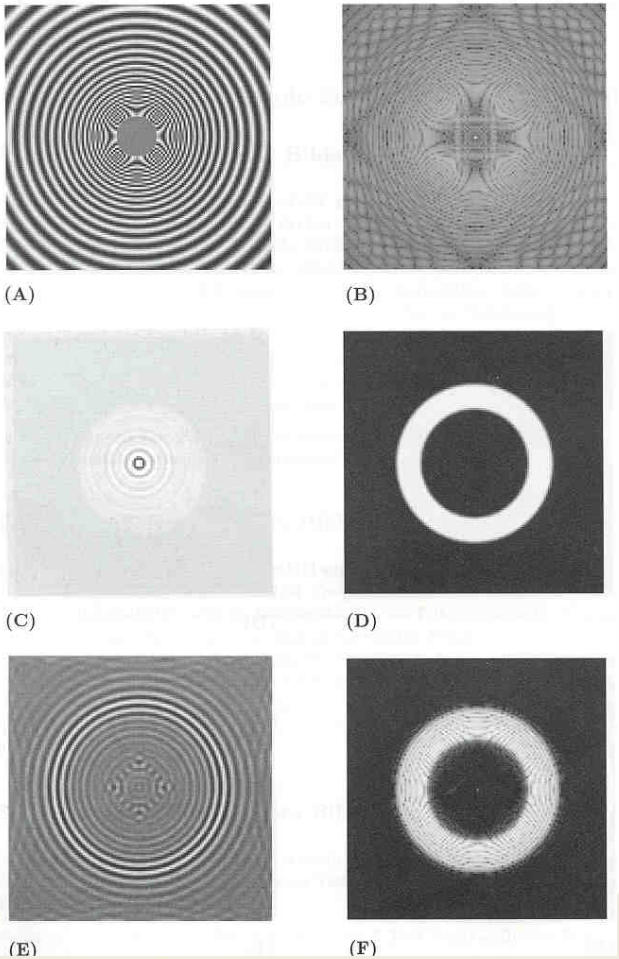
Anwendung FT

- Tiefpaß
  - A) Ortsbild 1
  - B) Frequenzspektrum von 1
  - C) Tiefpaß im Ortsbereich
  - D) Frequenzspektrum von C)
  - E) gefiltertes Bild im Ortsbereich
  - F) gefiltertes Bild im Frequenzbereich

[Abmayr 94], S. 101

Merkmalsextraktion

Exkurs



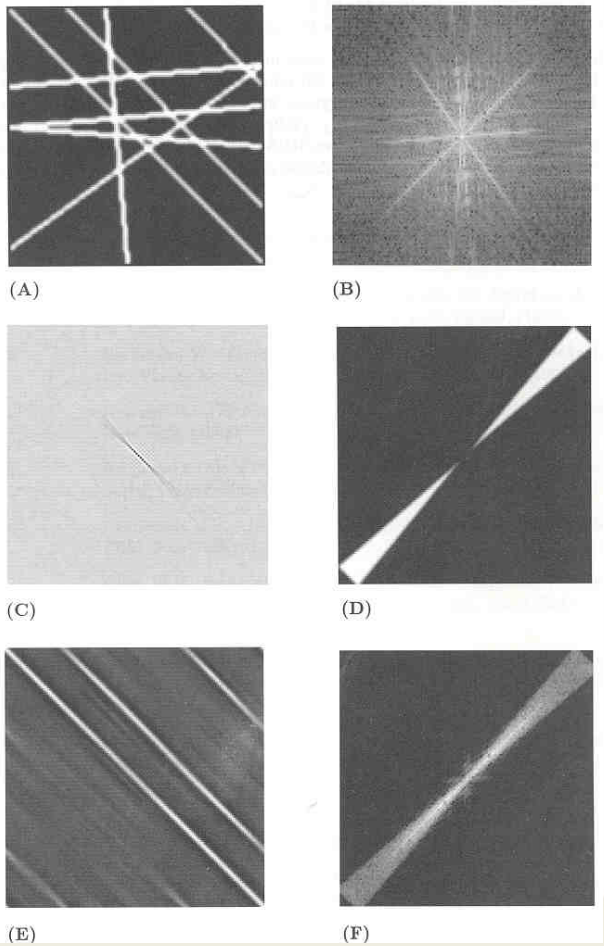
Anwendung FT

- Bandpaß
  - A) Ortsbild 1
  - B) Frequenzspektrum von 1
  - C) Bandpaß im Ortsbereich
  - D) Frequenzspektrum von C)
  - E) gefiltertes Bild im Ortsbereich
  - F) gefiltertes Bild im Frequenzbereich

[Abmayr 94], S. 102

Merkmalsextraktion

Exkurs



Anwendung FT

- Richtungsfilterung
  - A) Ortsbild 1
  - B) Frequenzspektrum von 1
  - C) Richtungsfilter im Ortsbereich
  - D) Frequenzspektrum von C)
  - E) gefiltertes Bild im Ortsbereich
  - F) gefiltertes Bild im Frequenzbereich

[Abmayr 94], S. 103

Merkmalsextraktion

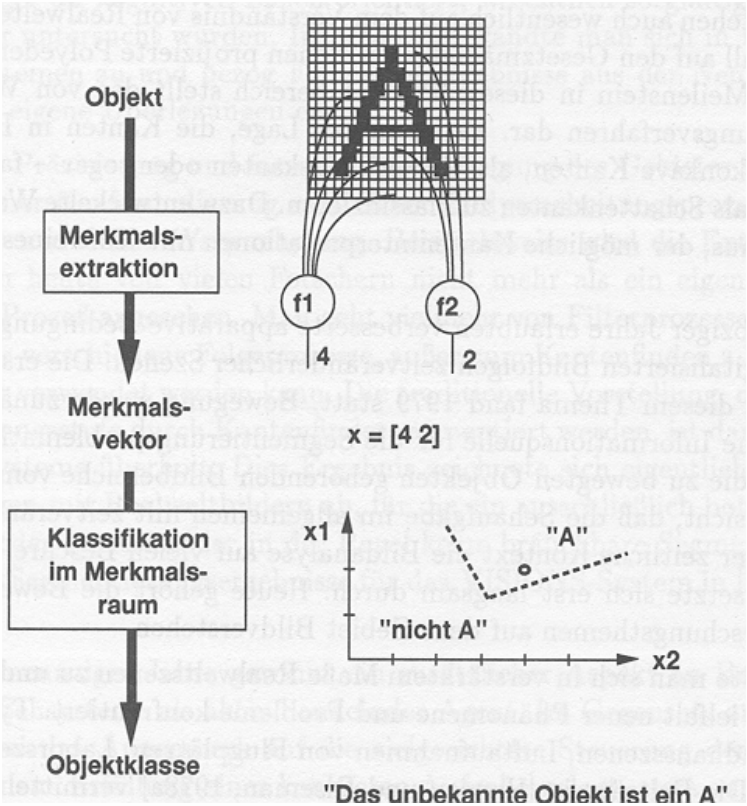
- (Kontur-)Merkmale im Fourierraum
  - quantitativen Beschreibung der Objektform
  - Kontur als periodische Funktion der Bogenlänge (also Umfang U)
  - U = Randpunktkoordinaten mit (x,y)
  - Koordinatenpunkte $u(s)$ in komplexer Schreibweise (wg. FT): $u(s) = x(s) + jy(s)$
  - Konturverfolgung entlang der Konturlinie:
    - Aus U Randpunkten ergibt sich ein Sequenz von $u(s)$ komplexen Zahlen mit 1 <= s <= U, die in Fourierkoeffs zerlegt werden kann
  - DFT eindeutige Abbildung der Kontur u(s) im Frequenzraum
  - Fourierkoeffizienten eignen sich zur Charakterisierung der Form (große Koeff. bei hohen Frequenzen weisen auf nicht glatte Form hin)

Klassifikation

- Zuordnung der Objekte eines Bildes zu Klassen (Kategorien)
- Vorbedingung: Segmentierung und Merkmalsextraktion
- Problem der signifikanten Merkmale
- n (signifikante) Merkmale werden zu einem n-dimensionalen Merkmalsvektor zusammengefasst
- Merkmalsvektor beschreibt Lage des Objektes im n-dimensionalen Merkmalsraum
- Wolken- oder Clusterbildung durch ähnliche Vektoren
- Trainings- und Klassifikationsphase

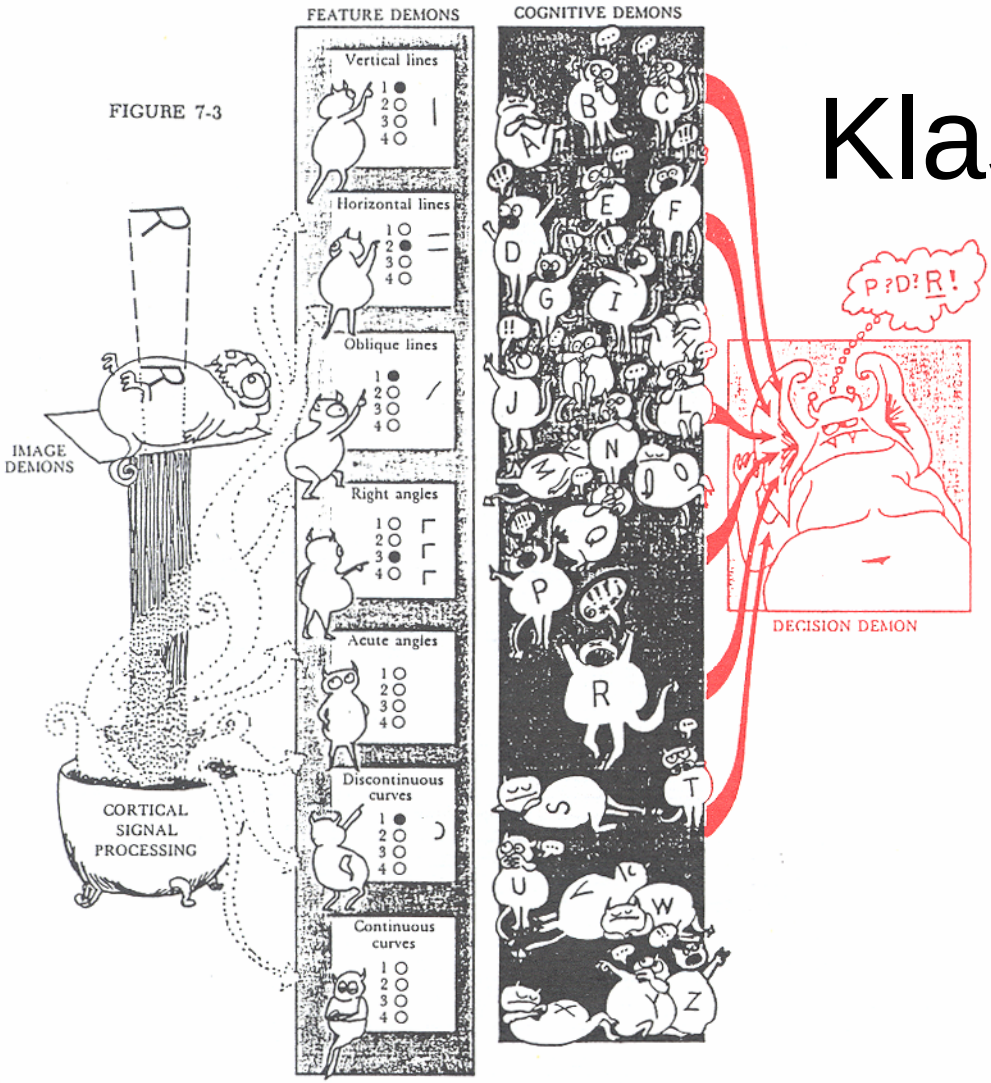
$\Rightarrow$ Aufgabe der Klassifikation ist es, Cluster zu erkennen und voneinander zu trennen

Merkmalsextraktion/ Klassifikation



- Selfridge Vision von „Augen und Ohren für den Rechner“ (1955)
- Zeichenerkennung
- Paradigma der Mustererkennung

[Neumann 95]

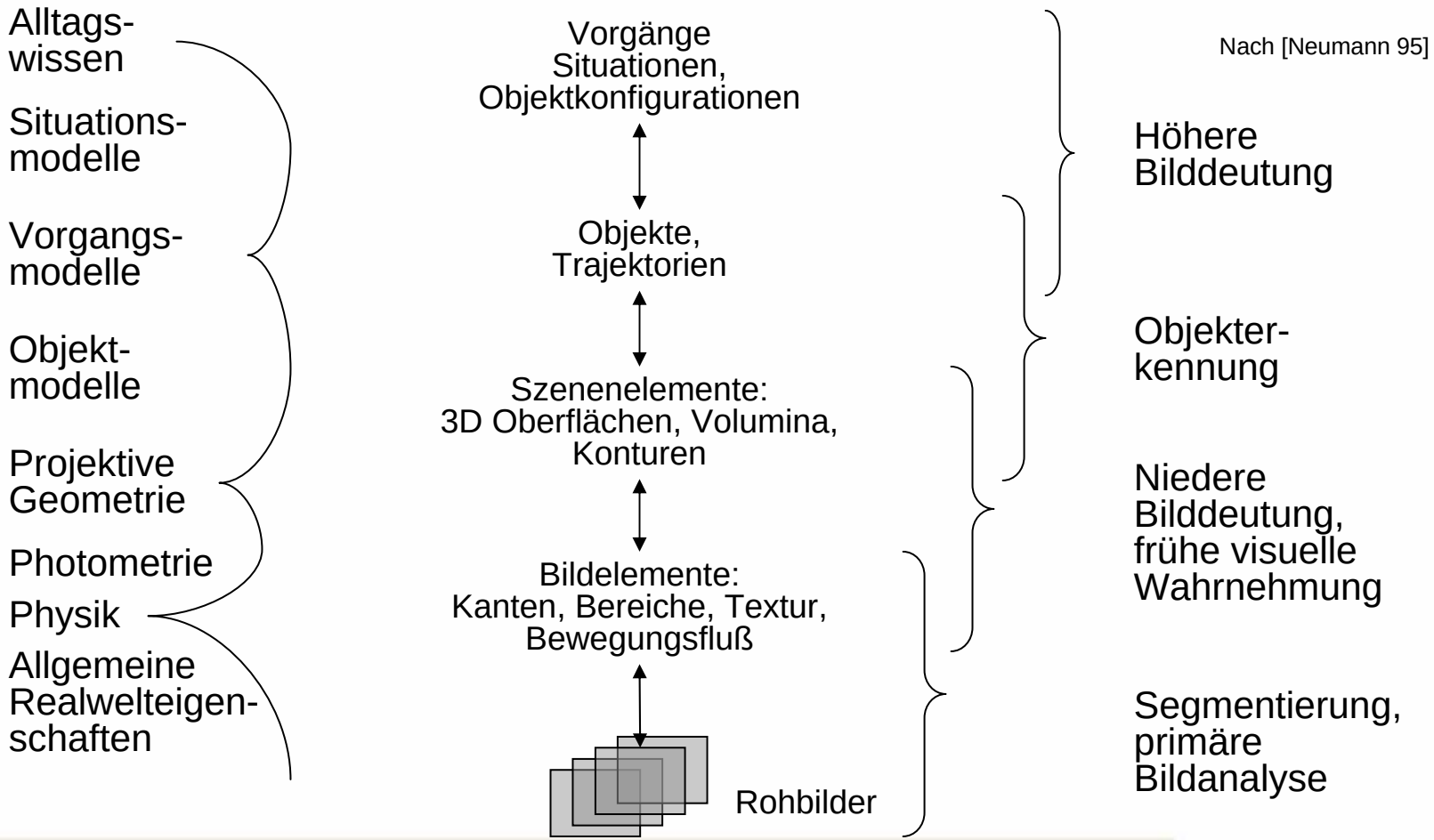


Klassifikation

- Selfridge‘s Pandämonium 1958

[Lindsay & Norman 77]

Konzeptueller Rahmen eines Bildverstehenden Systems



Klassifikation/Distanzfunktionen

- Intuitiv

  räumliche Nähe (proximity) als Maß für Ähnlichkeit (similarity) zwischen Merkmalsvektoren einer Klasse

- Querbezug zu „Gestaltisten“

  Gruppierungsgesetze

- Voraussetzung

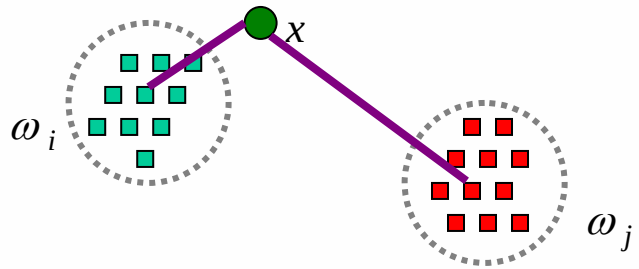
  es müssen Punktehaufen (Cluster) im Merkmalsraum auftreten (Merkmalsvektor-Ballungen „besitzen“ Clustering-Eigenschaften – z.B. geringe Variabilität (Streuung) $\widehat{=}$ hohe Kompaktheit

- Mögliche Anwendung

  Zeichenerkennung, da Streuung von (normierten) Zeichen eher gering

Klassifikation/Distanzfunktionen

- Distanz-Minimum-Klassifikation



- Ein einzelner Prototyp pro Klasse
- Kompaktes Cluster mit geringer Merkmalsstreuung
- M Klassen mit je einem Prototypen $\vec{z}_1, \vec{z}_2, ..., \vec{z}_M$
- Berechnung des euklidischen Abstands

$$D_i = \left\| \vec{x} - \vec{z}_i \right\| = \sqrt{\left(\vec{x} - \vec{z}_i\right)^T \left(\vec{x} - \vec{z}_i\right)}$$

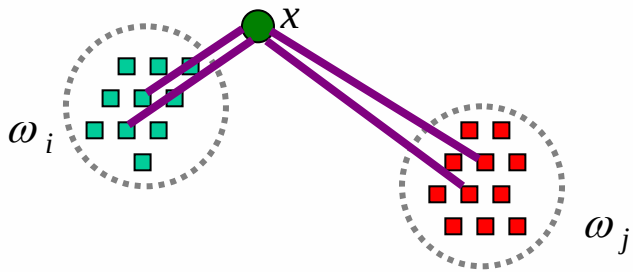
Entscheidungsregel:

$$\vec{x} \to \omega_i \quad \text{wenn} \quad D_i < D_j \quad \forall i \neq j, \quad i = 1,2,...,M$$

- m.a.W.: „closest match“ $\hat{=}$ beste Übereinstimmung

Klassifikation/Distanzfunktionen

- Distanz-Minimum-Klassifikation



  - Mehrere Prototypen (N_i) pro Klasse

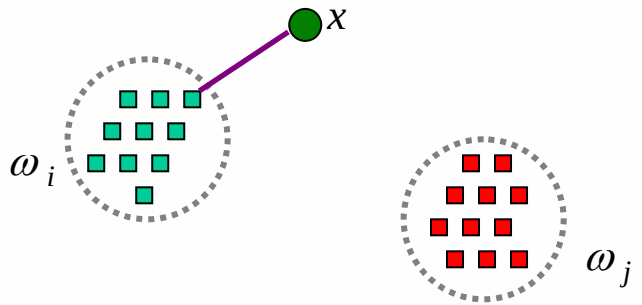
    $\vec{z}_i^{\,1}, \vec{z}_i^{\,2}, \ldots, \vec{z}_i^{\,N}$

$$D_i = \min_l \left\| \vec{x} - \vec{z}_i^{\,l} \right\|, \quad l = 1,2,\ldots,N_i \quad \text{und} \quad i = 1,2,\ldots,M$$

Entscheidungsregel

$$\vec{x} \rightarrow \omega_i \quad \text{wenn} \quad D_i < D_j \quad \forall i = j$$

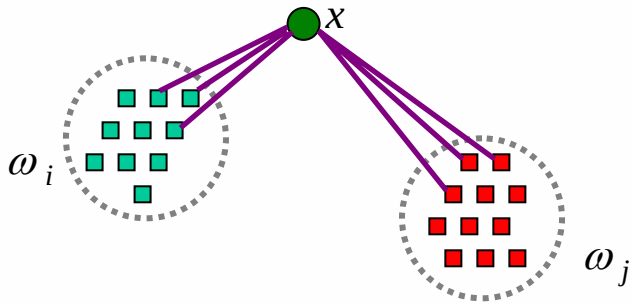
Klassifikation/Distanzfunktionen



- Distanz-Minimum-Klassifikation
  - Erweiterung: Nächster-Nachbar-Regel:
    Jeder Vektor $\vec{s}_1, \vec{s}_2, ..., \vec{s}_N$ gehört eindeutig zu einer der Klassen $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_M$
    (Stichprobenraum mit bekannter Klassifikation)
  - $\vec{s}_i \in \{\vec{s}_1, \vec{s}_2, ..., \vec{s}_N\}$ ist nächster Nachbar zu dem noch zu klassifizierenden $\vec{x}$, wenn $D(\vec{s}_i, \vec{x}) = \min_l \{D(\vec{s}_l, \vec{x})\} \quad l = 1,2,...,N$
    D: beliebig definierbares Distanzmaß im Merkmalsraum
  - Entscheidungsregel:
    $\vec{x} \rightarrow \omega_i$ zu der $\vec{s}_i$ gehört

Klassifikation/Distanzfunktionen

- Distanz-Minimum-Klassifikation



  - Nächster-Nachbar-Regel: Auch hier Erweiterung auf q-nächste Nachbarn (q > 1)
  - Bestimme die q –NN über Distanzfunktion
  - ermittle Klassenzugehörigkeit von $\vec{x}$ durch „Mehrheitsentscheid“ (z.B. über die jeweilige Anzahl p der NN pro Klasse).

Klassifikation/Distanzfunktionen

- Euklid

$$d(i,j) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} \left(x_{i,k} - x_{j,k} \right)^2}$$

- Manhattan, City-Block

$$d(i,j) = \sum_{k=1}^{n} \left\| x_{i,k} - x_{j,k} \right\|$$

$x_{i,k}$ ist das k-te Attribut des i-ten Objektes

Klassifikation/Distanzfunktionen

- Verallgemeinerung: Minkowski Distanz

$$d(i,j) = \left(\sum_{k=1}^{n} \left(x_{i,k} - x_{j,k} \right)^{q} \right)^{\frac{1}{q}}$$

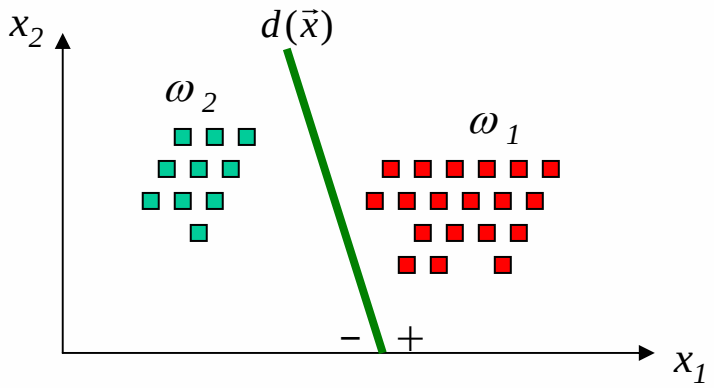
auch L_q-Metrik

$x_{i,k}$ ist das k-te Attribut des i-ten Objektes

Klassifikation/Diskriminantenfunktionen

[Tou & Gonzales 1974]

- Linear



$$d(\vec{x}) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 = 0$$

Entscheidungsregel

$\vec{x} \rightarrow \omega_1$ falls $d(\vec{x}) > 0$

$\vec{x} \rightarrow \omega_2$ falls $d(\vec{x}) < 0$

(für $d(\vec{x}) = 0$ unbestimmt!)

- Probleme:
  - Geometrische Eigenschaften der Klassen
  - U.U. nichtlineare Form von d()
  - Bestimmung der Parameter w_i aus Klassenstichprobe

Klassifikation/Diskriminantenfunktionen

- Linear
  - Erweiterung n-dimensionaler Fall (für *n* Merkmale)

$$d(\vec{x}) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots w_n x_n + w_{n+1} = \vec{W_0}^T \vec{x} + w_{n+1}$$

mit $\vec{W_0} = [w_1, w_2, \ldots, w_n]$ als Gewichts/Parameter – Vektor

  - Allgemein (2 Klassen Fall):

$$d(\vec{x}) = \vec{W}^T \vec{x} = \begin{cases} > 0 & \text{falls} \quad \vec{x} \to \omega_1 \\ < 0 & \text{falls} \quad \vec{x} \to \omega_2 \end{cases}$$

mit

$$\vec{W} = [w_1, \ldots, w_{n+1}]^T$$

$$\vec{x} = [x_1, \ldots, x_n, 1]^T$$

Erweiterte Vektornotation

Klassifikation/Diskriminantenfunktionen

- Linear

Allgemein (Multi-Klassen-Fall):

„Jede Klasse ist von den anderen Klassen durch *eine* Trennfunktion separierbar“

=> M Funktionen mit

$$d_i(\vec{x}) = \vec{W}_i^T \vec{x} = \begin{cases} > 0 & \text{falls} \quad \vec{x} \rightarrow \omega_i \\ < 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

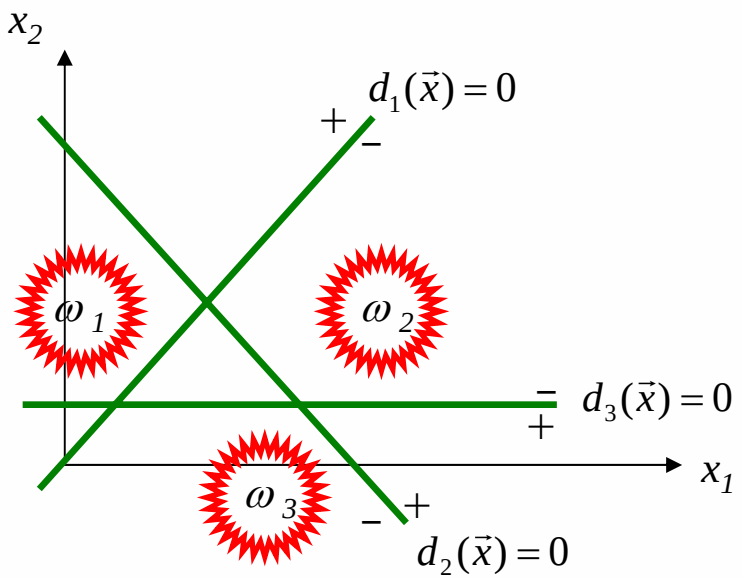
mit $i = 1,..,M$

$$\vec{W}_i = \left[w_{i_1}, ..., w_{i_n}, w_{i_{n+1}} \right]^T$$

Klassifikation/Diskriminantenfunktionen

- Linear

  Beispiel mit 3 Klassen



$$d_1(\vec{x}) = -x_1 + x_2 = 0$$
$$d_2(\vec{x}) = x_1 + x_2 - 5 = 0$$
$$d_3(\vec{x}) = -x_2 + 1 = 0$$

z.B.

$\vec{x} \rightarrow \omega_1$, wenn

$$d_1(\vec{x}) > 0,$$
$$d_2(\vec{x}) < 0$$
$$d_3(\vec{x}) < 0$$

oder wenn $\vec{x}' = (6,5)^T$ gemessen wurde, dann

$$\left.\begin{aligned} d_1(\vec{x}) &= -1 \\ d_2(\vec{x}) &= 6 \\ d_3(\vec{x}) &= -4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{x}' \rightarrow \omega_2$$

Klassifikation/Diskriminantenfunktionen

- Linear

Allgemein (multi Klassen Fall):

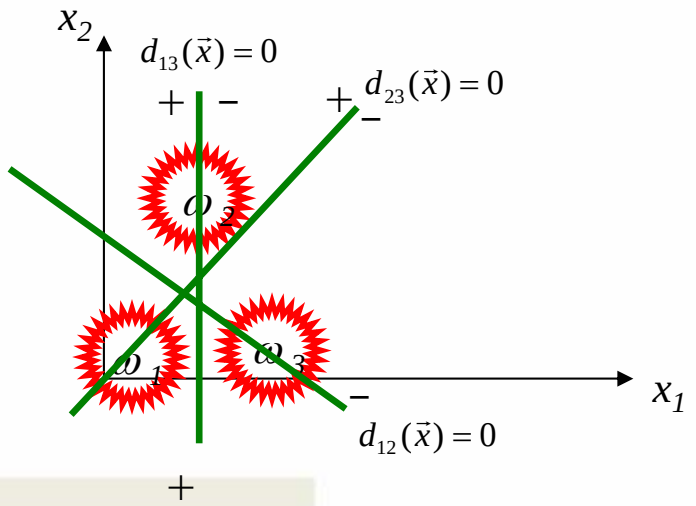
„Jede Klasse ist *nur paarweise* separierbar“

=> M(M-1)/2 Trennfunktionen mit

$$d_{ij}(\vec{x}) = \vec{W}_{ij}^{\,T}\vec{x} \quad \text{mit} \quad d_{ij}(\vec{x}) = -d_{ji}(\vec{x})$$

Entscheidungsregel

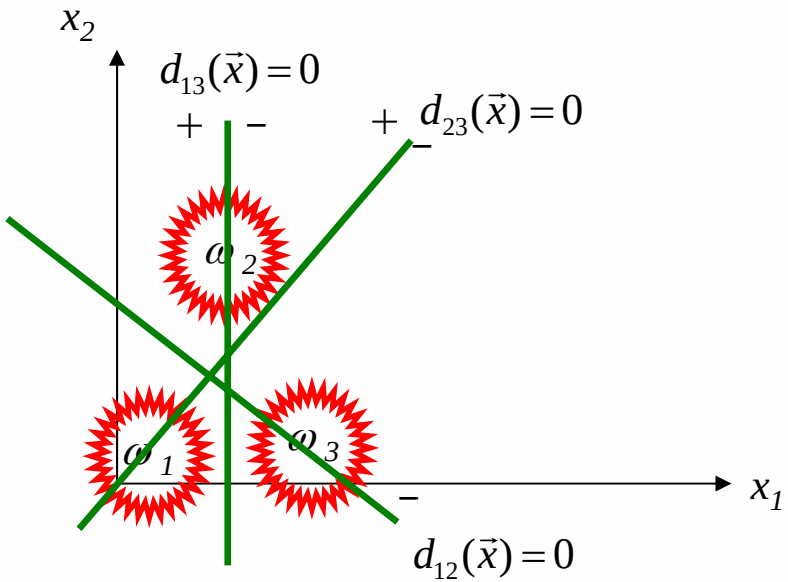
$\vec{x} \to \omega_i$ wenn $d_{ij}(\vec{x}) > 0, \quad \forall i \neq j$



Klassifikation/Diskriminantenfunktionen

- Linear

  Beispiel mit 3 Klassen



$$d_{12}(\vec{x}) = -x_1 - x_2 + 5 = 0$$
$$d_{13}(\vec{x}) = -x_1 + 3 = 0$$
$$d_{23}(\vec{x}) = -x_1 + x_2 = 0$$

z.B.

$\vec{x} \rightarrow \omega_1$, wenn

$$d_{12}(\vec{x}) > 0,$$
$$d_{13}(\vec{x}) > 0$$

oder wenn $\vec{x}' = (4,3)^T$ gemessen wurde, dann

$$d_{12}(\vec{x}) = -2 \Leftrightarrow d_{21}(\vec{x}) = 2$$
$$d_{13}(\vec{x}) = -1 \Leftrightarrow d_{31}(\vec{x}) = 1$$
$$d_{23}(\vec{x}) = -1 \Leftrightarrow d_{32}(\vec{x}) = 1$$

$\Rightarrow \vec{x}' \rightarrow \omega_3$, da $d_{3j}(\vec{x}) > 0$ für $\forall i \neq j$

Klassifikation/Diskriminantenfunktionen

- Linear

  Generalisierung

$$d(\vec{x}) = w_1 f_1(\vec{x}) + w_2 f_2(\vec{x}) + \ldots w_k f_k(\vec{x}) + w_{k+1}$$
$$= \sum_{i=1}^{k+1} w_i f_i(\vec{x})$$

  mit

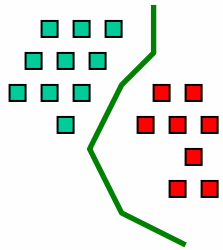
  $f_i(\vec{x})$: reelle Funktion

  $f_{k+1}(\vec{x}) = 1$

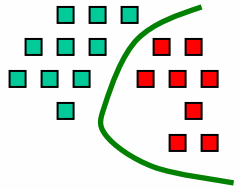
  $k+1 =$ Anzahl der Terme i.d. Entwicklung

  =>Diskriminantenfkt. ist abhängig von Wahl von $f_i()$ und $k+1$

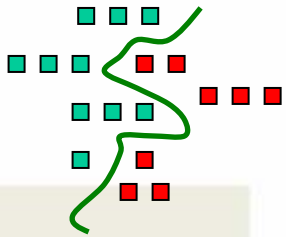
a) f_i ist lineares Polynom



b) f_i ist quadratisches Polynom

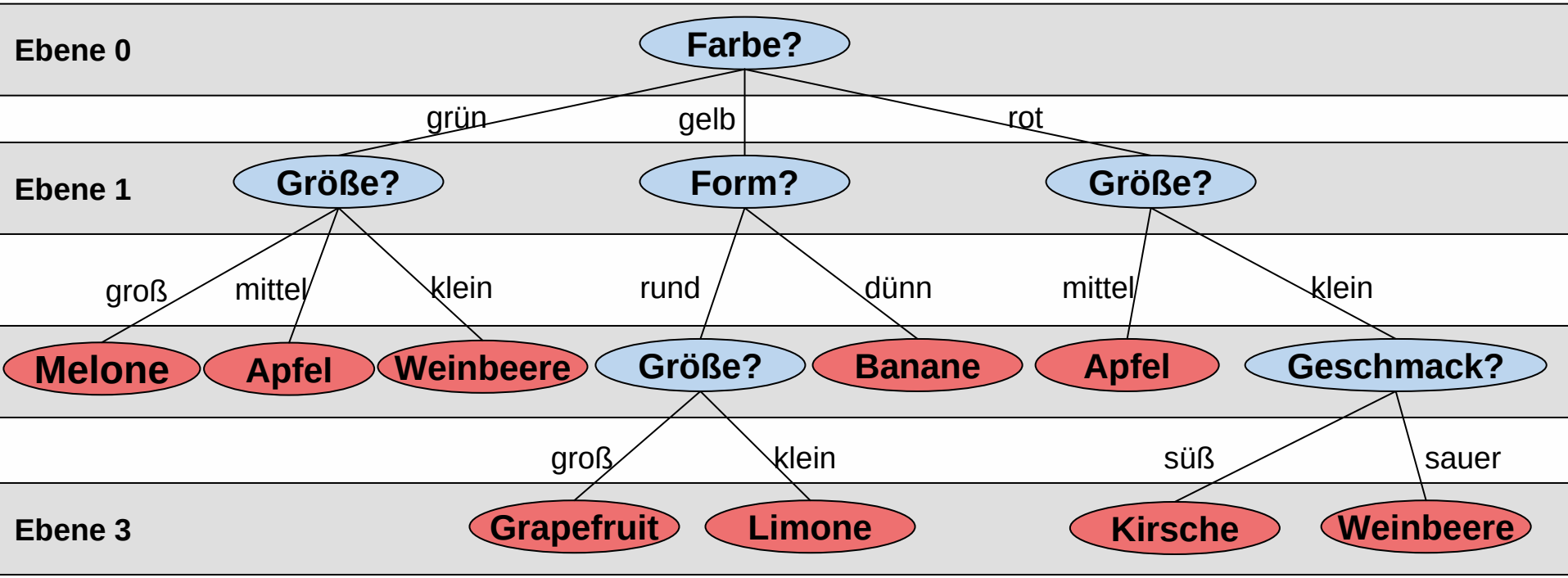


c) f_i ist Polynom r-ter Ordnung



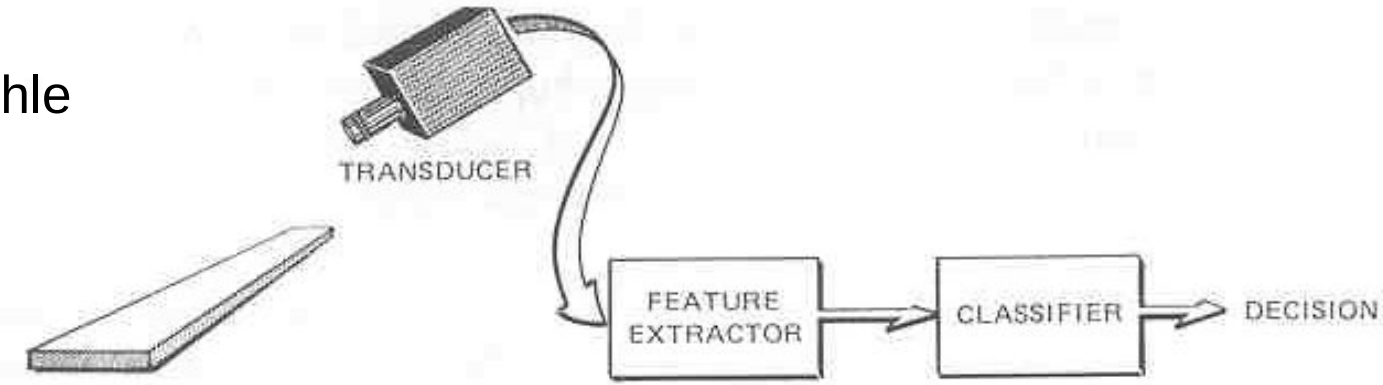
Entscheidungsbaum

- Muster wird mittels einer Reihe von Fragen klassifiziert
- Die nächste zu stellende Frage ist abhängig von der Position im Baum
- Entscheidungen: ja/nein, wahr/falsch oder Werte(Eigenschaften) ...



Klassifikation (Beispiel)

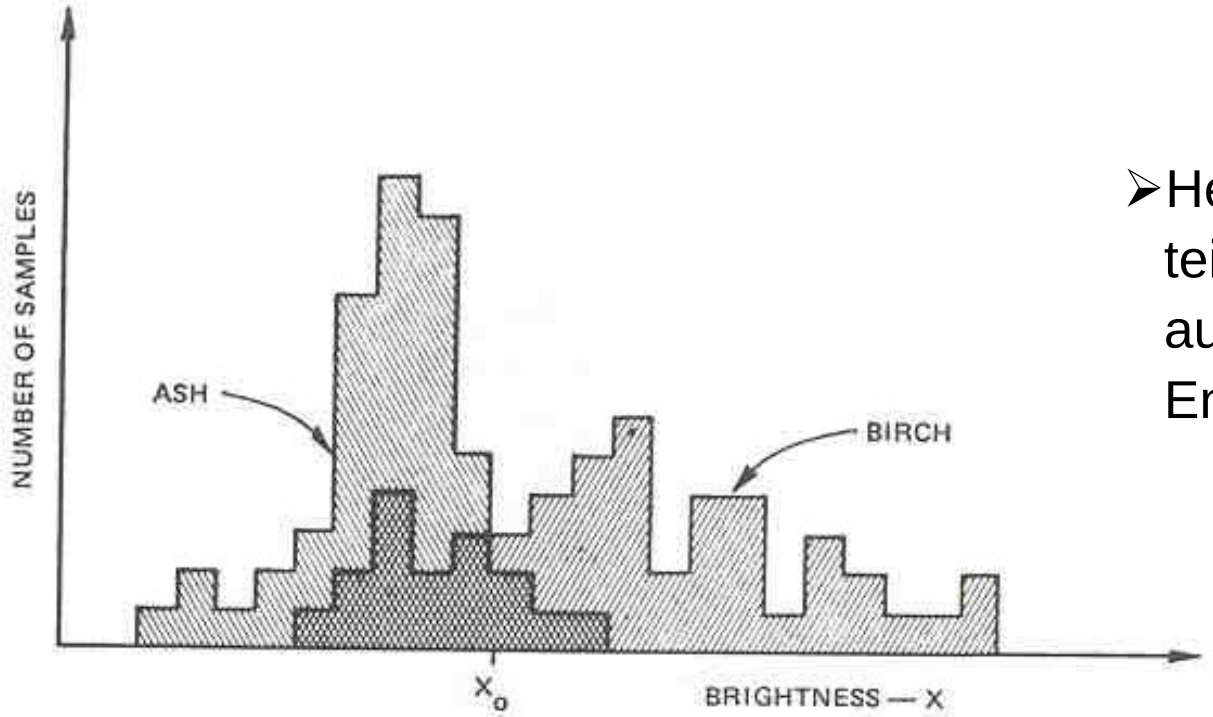
Sägemühle



- 2 Klassen: Esche & Birke
- Annahme: Birke heller als Esche (-> Expertenwissen vom Sägemühlenarbeiter)
- Also (zunächst) ein Merkmal -> Helligkeit

Klassifikation (Beispiel)

Beispiel: Sägemühle



- Helligkeitsverteilung reicht nicht aus für „sichere“ Entscheidung

Klassifikation (Beispiel)

Beispiel: Sägemühle

- Es bedarf eines weiteren Merkmals – Maserung (Esche weist dominante körnige Maserung auf)
- => zwei Merkmale: Helligkeit (x_1) & Maserung (x_2)

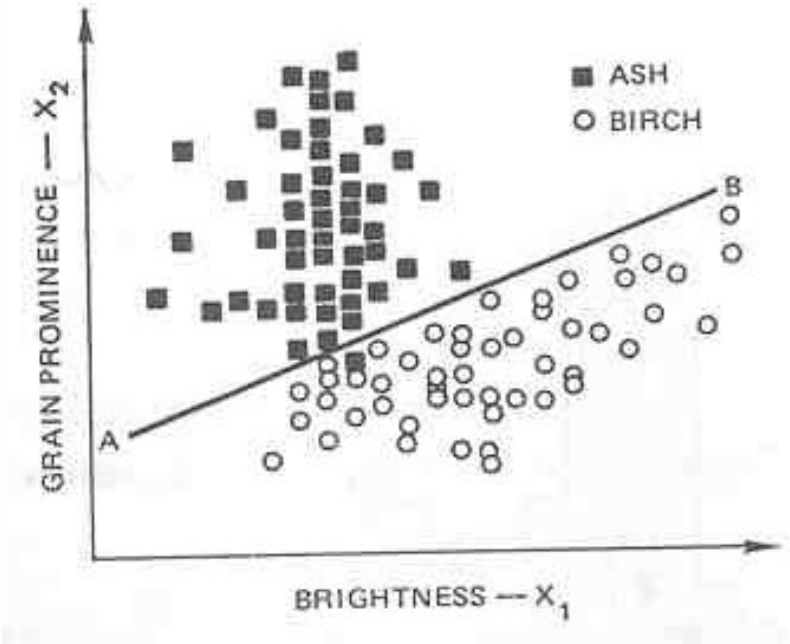
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

- Frage: Wie kann der Merkmalsraum in 2 Regionen/Bereiche unterteilt werden?

Klassifikation (Beispiel)

Beispiel: Sägemühle

- Es sei folgender Stichproben- & Merkmalsraum angenommen



- Mögliche Lösung
  - Alle Vektoren oberhalb von $\overline{AB}$ werden der Klasse „Esche“ zugeordnet und alle unterhalb AB der Klasse „Birke“
- Aber weiterhin Fehlklassifikationen möglich!

Klassifikation (Beispiel)

- Annahmen (allg.) für Bayes Kalkül:
  - Es existiert eine wahrscheinlichkeitstheoretische Formulierung des (jeweiligen) Problems
  - Alle (!) a priori Wahrscheinlichkeitswerte aller Parameter sind vollständig bekannt
- Für Beispiel Sägemühle („2 Klassenproblem“)
  - Klassenvektor = Zustandsvektor $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2)^T$
  - A priori Wahrscheinlichkeiten eines Zustandes $P(\omega_j)$ bekannt, mit $P(\omega_1)$, $P(\omega_2) \geq 0$ und $P(\omega_1) + P(\omega_2) = 1$ (d.h. Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich das System im Zustand ω_j befindet)

Klassifikation/Bayes

- Bayes Kalkül:
  - Merkmalsvektor $\vec{x}$ wird als kontinuierliche Zufallsvariable angenommen
  - Klassenbedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(\vec{x} \mid \omega_j)$
- Spezielle Annahmen (Sägemühle)
  - A-priori-Wkt. $P(\omega_j)$ und Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(\vec{x} \mid \omega_j)$ seien bekannt,
  - $\vec{x}$ wurde gemessen
  - A posteriori Wahrscheinlichkeit nach Bayes'sche Regel:

$$P(\omega_j \mid \vec{x}) = \frac{p(\vec{x} \mid \omega_j) \cdot P(\omega_j)}{p(\vec{x})}, \text{ mit } \quad p(\vec{x}) = \sum_{j=1}^{2} p(\vec{x} \mid \omega_j) \cdot P(\omega_j)$$

Zusammenfassung

- Merkmalsextraktion?
  - geometrische Merkmale
  - densitometrische Merkmale
  - Texturmerkmale (statistische Merkmale)
  - Farbmerkmale
- Klassifikation
  - Distanzfunktionen
  - Diskriminantenfunktionen
  - Wahrscheinlichkeiten